

2. SZÁMRENDSZEREK

A matematikában alkalmazott, *nullát is tartalmazó* tízes számrendszer alapjait Indiában fektették le az 5. században, a század végén pedig Európába is eljutott, egyiptomi közvetítéssel. A tízes szám kiemelt fontosságú az emberi életben, melynek nagyon egyszerű lehet a magyarázata, ugyanis tíz ujjunk van. Az ábrázolt szám értékét a számjegy alakja, valamint a helye határozza meg, ezért nevezzük ezt helyiértékes számrendszernek. A latin *digitus* (ujj) szó több nyelvben is megjelenik, mely nyelvekben a jelentése az, hogy számjegy. Ilyen például az angolban: *digit* formában. Innen származtatható a *digitális* kifejezés is, noha ez már bővebb tartalommal van felruházva.

A tízes mellett más számrendszerbeli ábrázolást is használunk. Gyakori előfordulása a 2-es, a 4-es, a 8-as, valamint a 16-os számrendszer.

Bármely számrendszerbeli számot a következő alakban írhatjuk fel:

$$N = \sum_{i=-m}^n a_i \cdot r^i$$

ahol:

- $N \rightarrow$ a szám;
- $a \rightarrow$ a számjegyek, vagyis a helyiértékek értékkészlete;
- $r \rightarrow$ radix (a számrendszer alapja);
- $i \rightarrow$ kitevő.

Az alábbi táblázatba foglaltuk a leggyakrabban alkalmazott számrendszerek tulajdonságait, melyek az általános alakból adódnak.

szám- rendszer	neve	a szám- rend- szer alapja $[r]$	számok egy helyiér- téken $[db]$	Értékkészlet tartománya $a=0 \dots (r-1)$	Értékkészlet $[r \text{ db}]$	Az első helyiérté- ken álló számok értéke mindig 1 $[r^0]$	A második helyi- értéken álló számok értéke mindig r $[r^1]$
kettes	<i>bináris</i>	2	2	$0 \dots (2-1) = 0 \dots 1$	0, 1	$[2^0=1]$	$[2^1=2]$
négyes	<i>kvarternáris</i>	4	4	$0 \dots (4-1) = 0 \dots 3$	0, 1, 2, 3	$[4^0=1]$	$[4^1=4]$
nyolcas	<i>oktális</i>	8	8	$0 \dots (8-1) = 0 \dots 7$	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	$[8^0=1]$	$[8^1=8]$
tízes	<i>decimális</i>	10	10	$0 \dots (10-1) = 0 \dots 9$	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	$[10^0=1]$	$[10^1=10]$
tizenhatos	<i>hexa- decimális</i>	16	16	$0 \dots (16-1) = 0 \dots 15$	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 A, B, C, D, E, F	$[16^0=1]$	$[16^1=16]$

2.1. táblázat

2.1. Tízes (decimális) számrendszer

Adott egy tízes számrendszerbeli szám: $N=3825,6257$. Ezt az N számot a radix csökkenő hatványai alapján meghatározott, több tagú kifejezés adja meg. A vessző az egész részt, valamint a törtrészt választja el. A számok lényegében a számjegyek súlyozott összegei. A súlyozás értékét a számrendszer alapja $[r]$ adja meg.

A példabeli szám szimbolikus ábrázolása a következőképpen történik:

$$N = a_n \cdot r^k + a_{(n-1)} \cdot r^{(n-1)} + a_{(n-2)} \cdot r^{(n-2)} + a_{(n-3)} \cdot r^{(n-3)} + a_{(m-3)} \cdot r^{(m-3)} + a_{(m-2)} \cdot r^{(m-2)} + a_{(m-1)} \cdot r^{(m-1)} + a_{(m)} \cdot r^{(m)}$$

Ahol: $r \rightarrow$ radix (a számrendszer alapja);

$a_k \rightarrow$ adott helyiértéken álló számok $0 \dots (r-1)$ értéke;

$k \rightarrow$ az egészrész helyiértékeinek súlyozása:

- egészrész esetén, a tizedesvesszőtől balra: $n, (n-1), (n-2), 1, 0$
- törtrész esetén, a tizedesvesszőtől jobbra: $-1, -(m-3), -(m-2), -m$

A legnagyobb helyiértékű szám baloldalt található, a legkisebb pedig jobb oldalon.

Pl.:

$$3825,6257 = 3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 10^{-4}$$

ahol $10^{-x} = \frac{1}{10^x}$

Az egyes helyiértékeken álló számok értékét figyelembe véve:

$$3825,6257 = 3 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{100} + 5 \cdot \frac{1}{1000} + 7 \cdot \frac{1}{10000} = 3825,6257$$

Egészrész helyiértékek	Törtrész helyiértékek
Egyesek ($10^0=1$)	Tizedek $\left(10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}\right) = 0,1$
Tízesek ($10^1=10$)	Századok $\left(10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}\right) = 0,01$
Százások ($10^2=100$)	Ezredek $\left(10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}\right) = 0,001$
stb.	stb.

A tízes számrendszer ősképes különlegessége, hogy minden helyiértéknek neve van: Nagyon fontos azonban megjegyezni, hogy ez csak a tízes számrendszer sajátja.

2.2. táblázat

2.2. Kettes (bináris) számrendszer

számrendszer	neve	a számrendszer alapja $[r]$	számok egy helyiértéken $[db]$	Értékkészlet tartománya $a=0\ldots(r-1)$	Értékkészlet $[r\ db]$	Az első helyiértéken álló számok értéke mindig 1 $[r^0]$	A második helyiértéken álló számok értéke mindig r $[r^1]$
kettes	bináris	2	2	$0\ldots(2-1)=0\ldots1$	0, 1	$[2^0=1]$	$[2^1=2]$

2.3. táblázat

A táblázat adataiból látható, hogy a bináris számrendszerbeli számok esetén csak kétféle szám állhat a helyiértékeken: a 0 és az 1. Nézzük a következő – ennek megfelelő – számot!

$$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13_{10}$$

A helyiértékes „kifejtés” módszerével lényegében a kettes számrendszerbeli számot tudjuk átalakítani a tízes számrendszerbeli számmá.

A bináris szám elemzésekor a következőkre lehetünk figyelmesek:

- Egy-egy helyiértéken álló számok értéke nagyon könnyen számítható:
 - ha a_k értéke 0, akkor a szám értéke 0 $\rightarrow 0 \cdot 2^k = 0$
 - ha a_k értéke 1, akkor a szám értéke a helyiértékkal egyezik meg $\rightarrow 1 \cdot 2^k = 2^k$
- Az adott helyiértékeknek nincs külön megnevezése, ellentétben a tízes számrendszerrel:

Bináris (egészrész)	Bináris számrendszer (tötrész)
$(2^0=1)$: egyesek	(2^{-1}) : kettedek
$(2^1=2)$: kettesek	(2^{-2}) : negyedek
$(2^2=4)$: négyesek	(2^{-3}) : nyolcadok
$(2^3=8)$: nyolcasok	(2^{-4}) : tizenhatodok
$(2^4=16)$: tizenhatosok	(2^{-5}) : harminckettedek
stb.	stb.

2.4. táblázat

- Mindennek tükrében:
 - a 3825_{10} tízes számrendszerbeli számot ekképp mondhatjuk ki:
 - „háromezer-nyolcszáz-huszon-öt”
 - az 1101_2 kettes számrendszerbeli számot (és vele együtt a 4-es, 8-as, 16-os számrendszerbeli számokat) ennek analógiájára nem tudjuk kimondani. Ezt csak így tehetjük meg:
 - „egy-egy-nulla-egy” a bináris számrendszerben.

A tízesből a kettes számrendszerbe a legkönnyebben a kettővel történő ismételt, maradékos osztás módszerével alakíthatunk át. Mindez a következőképpen történik:

- a decimális számot osszuk el kettővel;
- az eredményt írjuk a szám alá, a maradékot pedig mellé:
 - a maradék 0, vagy 1 lehet, az első osztás maradéka lesz a legkisebb helyiérték (2^0);
- az így kapott hányadost ismét osszuk el kettővel;
- a műveletet addig végezzük, amíg az eredmény 0 lesz.

Nézzünk erre két példát!

Így tehát:

$$277_{10} = 100010101_2$$

valamint

$$316_{10} = 100111100_2$$

$\div 2$		
277 ₁₀	1	2^0
138	0	2^1
69	1	2^2
34	0	2^3
17	1	2^4
8	0	2^5
4	0	2^6
2	0	2^7
1	1	2^8
0		

$\div 2$		
316 ₁₀	0	2^0
138	0	2^1
69	1	2^2
34	1	2^3
17	1	2^4
8	1	2^5
4	0	2^6
2	0	2^7
1	1	2^8
0		

Ellenőrzésképpen az így kapott számokat alakítsuk vissza tízes számrendszerbeli számokká!

$$100010101_2 = 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 256 + 0 + 0 + 0 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 277_{10}$$

$$100111100_2 = 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 256 + 0 + 0 + 32 + 16 + 8 + 4 + 0 + 0 = 316_{10}$$

A bináris egész szám legkisebb helyiértékén álló számának értékéből megállapíthatjuk, hogy az adott szám páros, vagy páratlan. Ha 0, akkor páros, hiszen a 0 páros szám, ha pedig 1, akkor páratlan.

- $100010101_2 = 277_{10} \rightarrow$ páratlan, mert 100010101_2 1
- $100111100_2 = 316_{10} \rightarrow$ páros, mert 100111100_2 0

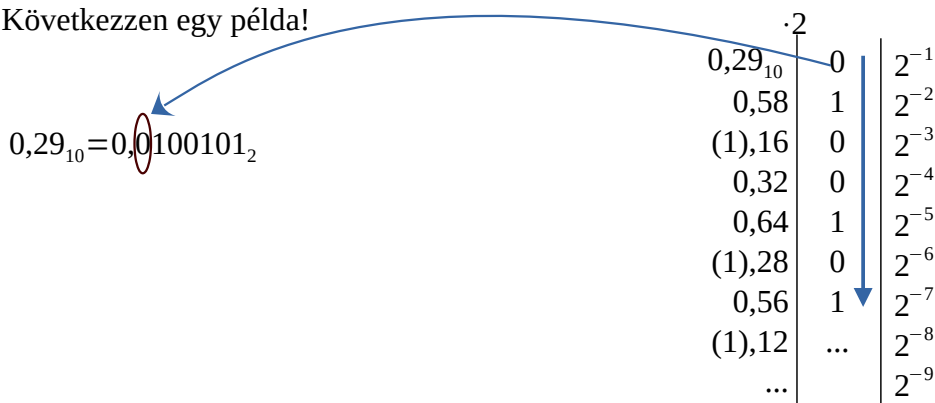
Alakítsunk át egy tört számot binárisból decimálisba! (helyiértékes „kifejtés” módszere)

$$\begin{aligned}
 0,1100111_2 &= 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 0 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + 1 \cdot 2^{-6} + 1 \cdot 2^{-7} = 1 \cdot \frac{1}{2^1} + 1 \cdot \frac{1}{2^2} + 0 \cdot \frac{1}{2^3} + 0 \cdot \frac{1}{2^4} + 1 \cdot \frac{1}{2^5} + 1 \cdot \frac{1}{2^6} + 1 \cdot \frac{1}{2^7} = \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} = \frac{64}{128} + \frac{32}{128} + \frac{4}{128} + \frac{2}{128} + \frac{1}{128} = \frac{103}{128} = 0,805_{10}
 \end{aligned}$$

Decimális tört számokat is át tudunk alakítani bináris számrendszerbe. Ennek legegyszerűbb menete, az, ha az ismételt szorzás módszerét alkalmazzuk:

- a decimális számot megszorozzuk kettővel;
- az eredményt a szám alá írjuk, az egészek helyén álló számot pedig mellé:
 - az egész szám 0, vagy 1 lehet, mely szám lesz a legnagyobb tört helyiérték, vagyis 2^{-1}
- a kapott szorzat tört részét ismét megszorozzuk kettővel;
- fontos tudni, hogy egy tizedes törtnek – még ha véges is – nem biztos, hogy véges lesz a bináris alakja, így az ismételt szorzást addig végezzük, amíg a kívánt pontosságot el nem érjük.

Következzen egy példa!



0,29 ₁₀	·2	0	2 ⁻¹
0,58		1	2 ⁻²
(1),16		0	2 ⁻³
0,32		0	2 ⁻⁴
0,64		1	2 ⁻⁵
(1),28		0	2 ⁻⁶
0,56		1	2 ⁻⁷
(1),12		...	2 ⁻⁸
...			2 ⁻⁹

Ellenőrzésképpen az így kapott számokat alakítsuk vissza tízes számrendszerbeli számokká!

$$0,0100101_2 = 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 0 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + 0 \cdot 2^{-6} + 1 \cdot 2^{-7} + 0 \cdot 2^{-8} =$$

$$= 0 \cdot \frac{1}{2^1} + 1 \cdot \frac{1}{2^2} + 0 \cdot \frac{1}{2^3} + 0 \cdot \frac{1}{2^4} + 1 \cdot \frac{1}{2^5} + 0 \cdot \frac{1}{2^6} + 1 \cdot \frac{1}{2^7} + 0 \cdot \frac{1}{2^8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128} = \frac{32}{128} + \frac{4}{128} + \frac{1}{128} = \frac{37}{128} = 0,289_{10}$$

Az ellenőrzésből láthatjuk, hogy az ismételt (7-szer) szorzásokkal nagy pontosság érhető el:

$$0,29_{10} \approx 0,289_{10}$$

Mind az egész, mind pedig a tört bináris számok esetében (ez utóbbiaknál a pontosság függvényében) megfigyelhető, hogy „hosszabbak”, mint a decimális megfelelőik. Általánosságban elmondható, hogy a kisebb számrendszerben ábrázolt számok minden esetben „hosszabbak”, mint a nagyobb számrendszerbeli megfelelőjük. Ennek oka nagyon egyszerű: a kisebb számrendszerben a helyiértékek kisebb értéket képviselnek.

Emlékezzünk vissza a példáinkra: $100111100_2 = 316_{10}$ és $0,0100101_2 = 0,289_{10}$

Egész számok	Binárisból decimálisba (2 → 8)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból binárisba (8 → 2)	Ismételt, maradékos osztás (2-vel) módszere
Tört számok	Binárisból decimálisba (2 → 8)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból binárisba (8 → 2)	Ismételt szorzás (2-vel) módszere

2.5. táblázat átalakítások összefoglalása a bináris számokhoz kapcsolódóan

2.3. Négyes (kvaternáris) számrendszer

szám- rendszer	neve	a szám- rend- szer alapja [r]	számok egy helyiér- téken [db]	Értékkészlet tartománya $a=0\ldots(r-1)$	Értékkészlet [r db]	Az első helyiértéken álló számok értéke mindig 1 [r^0]	A második helyiértéken álló számok értéke mindig r [r^1]
négyes	kvaternáris	4	4	$0\ldots(4-1)=0\ldots3$	0, 1, 2, 3	[$4^0=1$]	[$4^1=4$]

2.6. táblázat

Az átalakítások hasonlóképpen történnek, mint a bináris számrendszer esetében.

Egész számok	Kvaternárisból decimálisba (4 → 10)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból kvaternárisba (10 → 4)	Ismételt, maradékos osztás (4-gyel) módszere
Tört számok	Kvaternárisból decimálisba (4 → 10)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból kvaternárisba (10 → 4)	Ismételt szorzás (4-gyel) módszere

2.7. táblázat átalakítások összefoglalása a kvaternáris számokhoz kapcsolódóan

Decimálisból kvaternárisba

(10 → 4), egész szám

$$269_{10} = 10031_4$$

valamint

$$308_{10} = 10310_4$$

$\div 4$			
269 ₁₀	1	8 ⁰	
67	3	8 ¹	
16	0	8 ²	
4	0	8 ³	
1	1	8 ⁴	
0			

$\div 4$			
308 ₁₀	0	8 ⁰	
77	1	8 ¹	
19	3	8 ²	
4	0	8 ³	
1	1	8 ⁴	
0			

Ellenőrzésképpen az így kapott számokat alakítsuk vissza tízes számrendszerbeli számokká!

$$10031_4 = 1 \cdot 4^4 + 0 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 256 + 0 + 0 + 12 + 1 = 269_{10}$$

$$10310_4 = 1 \cdot 4^4 + 0 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 = 256 + 0 + 48 + 4 + 0 = 308_{10}$$

Kvaternárisból decimálisba (4 → 10), egész szám

$$32010_4 = 3 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 = 3 \cdot 256 + 2 \cdot 64 + 1 \cdot 4 = 768 + 128 + 4 = 900_{10}$$

Kvaternárisból decimálisba (4 → 10), tört szám

$$0,1032_4 = 1 \cdot 4^{-1} + 0 \cdot 4^{-2} + 3 \cdot 4^{-3} + 2 \cdot 4^{-4} = 1 \cdot \frac{1}{4^1} + 0 \cdot \frac{1}{4^2} + 3 \cdot \frac{1}{4^3} + 2 \cdot \frac{1}{4^4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{64} + \frac{2}{256} = \frac{64}{256} + \frac{9}{256} + \frac{2}{256} =$$

$$= \frac{75}{256} = 0,2929\ldots$$

Decimálisból kvaternárisba ($10 \rightarrow 4$), tört szám

$$0,74_{10} = 0,233113_4$$

$0,74_{10}$	$\cdot 2$	
(2),96	2	4^{-1}
(3),84	3	4^{-2}
(3),36	3	4^{-3}
(1),44	1	4^{-4}
(1),76	1	4^{-5}
(3),04	3	4^{-6}
...	...	...

Ellenőrzés:

$$0,233113_4 = 2 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 4^{-2} + 3 \cdot 4^{-3} + 1 \cdot 4^{-4} + 1 \cdot 4^{-5} + 3 \cdot 4^{-6} = 2 \cdot \frac{1}{4^1} + 3 \cdot \frac{1}{4^2} + 3 \cdot \frac{1}{4^3} + 1 \cdot \frac{1}{4^4} + 1 \cdot \frac{1}{4^5} + 3 \cdot \frac{1}{4^6} =$$

$$= \frac{2}{4} + \frac{3}{16} + \frac{3}{64} + \frac{1}{256} + \frac{1}{1024} + \frac{3}{4096} = \frac{2048}{4096} + \frac{768}{4096} + \frac{192}{4096} + \frac{16}{4096} + \frac{4}{4096} + \frac{3}{4096} = \frac{3031}{4096} = 0,73999...$$

Az ellenőrzésből láthatjuk, hogy az ismételt szorzásokkal (6-szor) nagy pontosság érhető el:

$$0,74_{10} \approx 0,73999_{10}$$

Kvaternárisból binárisba ($4 \rightarrow 2$)

Ehhez az átalakításhoz írjuk fel a kvaternáris számok bináris megfelelőjét. Ez a táblázatban látható.

$$\text{Pl.: } 123,321_4 = 01\ 10\ 11, 11\ 10\ 10_2 =$$

$$= 123,321_4 = 11011,111010_2$$

Kvaternáris	Bináris
0	00
1	01
2	10
3	11

2.8. táblázat

Binárisból kvaternárisba ($2 \rightarrow 4$)

A bináris számot 2-es bitszoportokra osztjuk (bitösszefogás) a vesszőtől balra, majd jobbra elvégezve a műveletet. A bitszoportok fölé felírjuk az oktális megfelelőjét. A hiányos bitszoportoknál az egész számok elé nullákat írunk, két bitig feltöltve. Hasonlóképpen járunk el a törtrész esetében, ahol a végére írunk annyi bitet, míg az utolsó bitszoport is 2 bites lesz.

$$\text{Példa az átalakításra: } 10010101101,110010111_2 \rightarrow 10010101101,110010111_2$$

01	00	10	10	11	01,	11	00	10	11	10
1	0	2	2	3	1	3	0	2	3	2

$$\text{Mindebből következik: } 10010101101,110010111_2 = 102231,30232_4$$

Kvaternárisból binárisba ($4 \rightarrow 2$)	A kvaternáris szám bináris megfelelőjével való helyettesítés
Binárisból kvaternárisba ($2 \rightarrow 4$)	2-es bits csoportok képzésével, majd a kvaternáris megfelelő helyettesítésével

2.9. táblázat**2.4. Nyolcas (oktális) számrendszer**

szám- rendszer	neve	a szám- rend- szer alapja $[r]$	számok egy helyiérté- teken $[db]$	Értékkészlet tartománya $a=0 \dots (r-1)$	Értékkészlet $[r \text{ db}]$	Az első helyiértéken álló számok értéke mindig 1 $[r^0]$	A második helyiértéken álló számok értéke mindig r $[r^1]$
nyolcas	oktális	8	8	$0 \dots (8-1)=0 \dots 7$	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	$[8^0=1]$	$[8^1=8]$

2.10. táblázat

Egész számok	Oktálisból decimálisba ($8 \rightarrow 10$)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból oktálisba ($10 \rightarrow 8$)	Ismételt, maradékos osztás (8-cal) módszere
Tört számok	Oktálisból decimálisba ($8 \rightarrow 10$)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból oktálisba ($10 \rightarrow 8$)	Ismételt szorzás (8-cal) módszere
-	Oktálisból binárisba ($8 \rightarrow 2$)	Az oktális szám bináris megfelelőjével való helyettesítés
-	Binárisból oktálisba ($2 \rightarrow 4$)	3-es bits csoportok képzésével, majd az oktális megfelelő helyettesítésével

2.11. táblázat átalakítások összefoglalása az oktális számokhoz kapcsolódóan

	egészrész	tötrész
Decimálisból oktálisba ($10 \rightarrow 8$)	$\begin{array}{r l} \div 8 & \\ \hline 1926_{10} & 6 \quad 8^0 \\ 240 & 0 \quad 8^1 \\ 30 & 6 \quad 8^2 \\ 3 & 4 \quad 8^3 \\ 0 & & \end{array}$	$\begin{array}{r l} \cdot 8 & \\ \hline 0,658_{10} & 5 \quad 8^{-1} \\ (5),262 & 2 \quad 8^{-2} \\ (2),096 & 0 \quad 8^{-3} \\ 0,192 & 0 \quad 8^{-4} \\ 0,384 & \dots \\ \dots & \dots \end{array}$
	$1926,658_{10}$	
	$1926,658_{10} = 3606,52_8$	

Ellenőrzés, vagyis oktálisból decimálisba ($8 \rightarrow 10$)

$$\begin{aligned}
 3606,52_8 &= 3 \cdot 8^3 + 6 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} = 3 \cdot 512 + 6 \cdot 64 + 6 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{64} = 1536 + 384 + 6 + \frac{5}{8} + \frac{2}{64} = \\
 &= 1536 + 384 + 6 + \frac{5}{8} + \frac{2}{64} = 1536 + 384 + 6 + \frac{40}{64} + \frac{2}{64} = 1926 + \frac{42}{64} = 1926,656_{10}
 \end{aligned}$$

A törtrész pontosságát az dönti el ebben a számrendszerben, hogy hányszor végezzük el az ismételt szorzást. Jelen esetben négyszer végeztük el, így két ezredes pontosságot tudtunk elérni:

$$1926,658_{10} \approx 1926,656_{10}$$

Oktálisból binárisba ($8 \rightarrow 2$)

Ehhez az átalakításhoz fel kell írunk az oktális számok bináris megfelelőjét, ez látható a táblázatban.

$$\text{Pl.: } 173,65_8 = 001\ 111\ 011, 110\ 101_2 = 1111011,110101_2$$

Oktális	Bináris
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

2.12. táblázat

Binárisból oktálisba ($2 \rightarrow 8$)

A bináris számot 3-es bitszoportokra osztjuk (bitösszefogás) a vesszőtől balra, majd jobbra elvégezve a műveletet. A bitszoportok fölé felírjuk az oktális megfelelőjét. A hiányos bitszoportoknál az egész számok elé nullákat írunk, három bitig feltöltve. Hasonlóképpen járunk el a törtrész esetében, ahol a végére írunk annyi bitet, míg az utolsó bitszoport is 3 bites lesz.

Példa az átalakításra: $10010101101,1100101111_2$

010	010	101	101,	110	010	111	100
2	2	5	5	6	2	7	5

Mindebből következik: $10010101101,1100101111_2 = 2255,6275_8$

2.5. Tizenhatos (hexadecimális) számrendszer

szám- rendszer	neve	a szám- rend- szer alapja [r]	számok egy helyiér- téken [db]	Értékkészlet tartománya $a = 0 \dots (r-1)$	Értékkészlet [r db]	Az első helyiértéken álló számok értéke mindig 1 [r^0]	A második helyiértéken álló számok értéke mindig r [r^1]
tizenhatos	hexa- decimális	16	16	$0 \dots (16-1) =$ $= 0 \dots 15$	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 A, B, C, D, E, F	[$16^0 = 1$]	[$16^1 = 16$]

2.13. táblázat

A hexadecimális számrendszerben 16-féle számjegyet ábrázolhatunk egy helyiértéken. A 0–9 számjegyeket ugyanúgy használjuk, mint a tízes számrendszerben, ámde a 10, 11, 12, 13, 14 és 15 számjegyeket nem lehet egy karakteren ábrázolni. Éppen ezért ezeket a számokat betűkkel helyettesítjük. Az *A* számjegy a 10-et, a *B* számjegy a 11-et, a *C* számjegy a 12-t, a *D* számjegy a 13-at, az *E* számjegy a 14-et, az *F* számjegy pedig a 15-öt jelöli. A hexadecimális szám jobb alsó indexében a 16 helyett a *H* jelölést is alkalmazzuk.

Egész számok	Hexadecimálisból decimálisba (16 → 10)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból Hexadecimálisba (10 → 16)	Ismételt, maradékos osztás (16-tal) módszere
Tört számok	Hexadecimálisból decimálisba (16 → 10)	Helyiértékes kifejtés módszere
	Decimálisból Hexadecimálisba (10 → 16)	Ismételt szorzás (16-tal) módszere
-	Hexadecimálisból binárisba (16 → 2)	A hexadecimális szám bináris megfelelőjével való helyettesítés
-	Binárisból Hexadecimálisba (2 → 16)	4-es bitsoportok képzésével, majd a hexadecimális megfelelő helyettesítésével

2.14. táblázat átalakítások összefoglalása a hexadecimális számokhoz kapcsolódóan

	egészrész	tötrész
Decimálisból hexadecimálisba (10 → 16)	$\div 16$ $2149_{10} \begin{array}{l l} 5 & 8^0 \\ 134 & 8^1 \\ 8 & 8^2 \\ 0 & \end{array}$	$\cdot 16$ $0,745_{10} \begin{array}{l l} B(11) & 8^{-1} \\ (11),92 & E(14) & 8^{-2} \\ (14),72 & B(11) & 8^{-3} \\ (11),52 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array}$
2149,745 ₁₀		
1926,658 ₁₀ = 865, BEB _{8H}		

Ellenőrzés, vagyis hexadecimálisból decimálisba (16 → 10)

$$2149,745_{10} = 8 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 + 11 \cdot 16^{-1} + 14 \cdot 16^{-2} + 11 \cdot 16^{-3} + 8 \cdot 16^{-4} =$$

$$= 8 \cdot 256 + 6 \cdot 16 + 5 \cdot 1 + \frac{11}{16} + \frac{14}{256} + \frac{11}{4096} = 2048 + 96 + 5 + \frac{2816}{4096} + \frac{224}{4096} + \frac{11}{4096} = 2149 + \frac{3051}{4096} = 2149,7449_{10}$$

A tötrész pontosságát az ismételt szorzások száma dönti el. Esetben háromszor történt ez meg, így igen nagy értünk el:

$$2149,745_{10} \approx 2149,7449_{10}$$

Hexadecimálisból decimálisba (16 → 10)

$$AF,9A_H = 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 9 \cdot 16^{-1} + 10 \cdot 16^{-2} = 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 9 \cdot \frac{1}{16^1} + 10 \cdot \frac{1}{16^2} =$$

$$= 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 9 \cdot \frac{1}{256} + 10 \cdot \frac{16}{256} = 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + \frac{9}{256} + \frac{160}{256} = 160 + 15 + \frac{169}{256} = 175,66_{10}$$

Hexadecimálisból binárisba ($16 \rightarrow 2$)

Ehhez az átalakításhoz fel kell írni a hexadecimális számok bináris megfelelőjét, a táblázat szerint.

Pl.:

$$B_{531,2} B_H = 1011\ 0101\ 0011\ 0001, 0010\ 1011_2 = \\ = 1011010100110001,00101011_2$$

Hexadecimális	Bináris
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A(10)	1010
B(11)	1011
C(12)	1100
D(13)	1101
E(14)	1110
F(15)	1111

2.15. táblázat

Binárisból hexadecimálisba ($2 \rightarrow 16$)

A bináris számot 4-es bitcsoportokra osztjuk (bitösszefogás) a vesszőtől balra, majd jobbra elvégezve a műveletet. A bitcsoportok fölé felírjuk a hexadecimális megfelelőjét. A hiányos bitcsoportoknál az egész számok elé nullákat írunk, négy bitig feltöltve. Hasonlóképpen járunk el a törtrész esetében, ahol a végére írunk annyi bitet, míg az utolsó bitcsoport is 4 bites lesz.

Példa az átalakításra:

$$100101011011100111,01101001011_2 \rightarrow 100101011011100111,01101001011_2$$

0010	0101	0110	1110	0111,	0110	1001	0110
3	5	6	E(14)	7	6	9	6

Mindebből következik: $100101011011100111,01101001011_2 = 356E7,696_H$

2.6. Páros és páratlan számok az egyes számrendszerekben

	számrendszer				
	2-es, bináris	4-es, kvaternáris	8-as, oktális	10-es, decimális	16-os; hexadecimális
Páros számok $\left[\frac{r}{2}\right]$ db	1 db (0)	2 db (0, 2)	4 db (0, 2, 4, 6)	5 db (0, 2, 4, 6, 8)	8 db (0, 2, 4, 6, 8, A, C, E)
Páros számok $\left[\frac{r}{2}\right]$ db	1 db (1)	2 db (1, 3)	4 db (1, 3, 5, 7)	5 db (1, 3, 5, 7, 9)	8 db (1, 3, 5, 7, 9, B, D, F)

2.16. táblázat