

7. LOGIKAI FÜGGVÉNYEK TELJES (SZABÁLYOS) NORMÁLALAKRA HOZÁSA

Az előzőekben elvégzett egyszerűsítések alkalmával láhattuk, hogy ugyanannak a logikai függvénynek többféle, de azonos jelentésű alakja is lehet. Beláttuk azt is, hogy a logikai függvények akkor a legáttekinthetőbben, ha a három alapl művelettel dolgozunk: a NEM, az ÉS, valamint a VAGY műveletével.

Normál alakúnak nevezzük egy függvényt, ha a változók ÉS kapcsolatának vagy kapcsolatából, illetve a változók VAGY kapcsolatának ÉS kapcsolatából áll.

Kétféle normálalak létezik tehát, ahol a változók ponált és negált alakjai fordulhatnak elő:

Diszjunktív normálalak	Konjunktív normálalak
- ÉS kapcsolatok VAGY kapcsolata - konjunktív tagok diszjunkciója - pl.: $\bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$	- VAGY kapcsolatok ÉS kapcsolata - diszjunktív tagok konjunkciója - pl.: $(\bar{A} + B + C) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C})$

7.1. táblázat

Bármely logikai függvény megadható akár a diszjunktív, akár pedig a konjunktív alakban. A két függvény kölcsönösen átalakítható egymásba és ennél fogva egyenértékűek.

Egy függvény akkor tekinthető teljes normálalakúnak, ha minden tagjában a függvény valamennyi változója szerepel. A teljes normálalakot a szakirodalom említi még kitüntetett normálforma, vagy kanonikus¹ alakként.

Hozzuk az $Y^3 = (\bar{A} + B) \cdot (A + \bar{C})$ függvény teljes normálalakúra!

Látható, hogy a függvény nem teljes normálalakú, mert hiányosak a tagok. Az elsőben a C, a másodikban pedig a B változó hiányzik. Úgy tehetők a tagok teljessé, ha azokat a hiányzó változókkal kiegészítjük. Mindehhez a logikai algebra alaptételeit hívhatjuk segítségül, melyek a következők: $A + 1 = 1$ és $A + \bar{A} = 1$

Ekkor:

$$Y^3 = (\bar{A} + B) \cdot (A + \bar{C}) = (\bar{A} + B + 1) \cdot (A + 1 + \bar{C}) = (\bar{A} + B + C + \bar{C}) \cdot (A + B + \bar{B} + \bar{C})$$

Elvégezve a műveletet: $Y^3 = (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + B) \cdot (A + \bar{B} + C)$

Nézzünk egy másik példát! Legyen a függvény: $Y^3 = A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C}$

Az alkalmazható alaptételek: $A \cdot 1 = A$ és $A + \bar{A} = 1$

Ekkor: $Y^3 = A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C} = A \cdot \bar{B} \cdot 1 + 1 \cdot B \cdot \bar{C} = A \cdot \bar{B} \cdot (C + \bar{C}) + (A + \bar{A}) \cdot B \cdot \bar{C}$

Elvégezve a műveletet: $Y^3 = A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$

¹ jelentése: szabályos

7.1. Diszjunktív, teljes (szabályos) normálalak felírása

A logikai függvények felírását legtöbbször a diszjunktív normálalakban tesszük meg, noha a két kanonikus alak ekvivalens. Ennek valószínűsíthető oka az, hogy a zárójelek nélküli diszjunktív normálalak értelmezése egyszerűbb. Az alábbi példánkban egy háromváltozós függvény igazságtáblázata látható. A három változót (A, B, C) egymás mellé írva azok konjunktív kapcsolatát determináljuk. Egyértelmű, hogy a három változónak összesen nyolc érték-variációja adódik a korábban megismert szabály szerint. Tekintsünk a három változóra úgy, mintha egy kettes számrendszerbeli szám lenne, ahol a legkisebb helyi értékű, illetve súlyozású a C változó. Ekkor megkapjuk az egyes érték-kombinációk sorszámát, melyek a táblázatban fel van tüntetve. Ugyancsak jelzettek az egyes helyi értékek súlyozásai.

sor- szám	2^2 A	2^1 B	2^0 C	Y^3
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

7.2. táblázat

- Keressük meg azokat a sorokat a táblázatban, amelyek esetében az esemény bekövetkezik, vagyis függvényérték 1!
 - ilyen sorok: 0, 1, 2, 4
- Képezzük az egyes sorokban található bemeneti változók konjunktíóját (ÉS kapcsolatot)! Ahol a változó 0 értékű, ott annak a negáltját, ahol 1 értékű, ott pedig a ponáltját. Négy konjunktíót kapunk:
 - 0: $m_0 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
 - 1: $m_1 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
 - 2: $m_2 = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
 - 4: $m_4 = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
 - a kapott tagokat mintermeknek nevezzük jele: m_i , ahol i az adott minterm sorszáma. Ahány helyen 1 értékű a függvény, annyi mintermet kapunk.
- Végül írjuk fel konjunktíók (ÉS kapcsolatok) diszjunktíóját (VAGY kapcsolatot)!
 - a keresett függvény: $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$. Ez a függvény kanonikus alakja, hiszen minden tagja tartalmazza az összes bemeneti változó negáltját, vagy ponáltját.

A mintermek a változók ÉS kapcsolatát, vagyis konjunktíóját jelölik. Minden tagban szerepel valamennyi változó, vagy negált, vagy pedig ponált formában.

A diszjunktív szabályos alak – amelyet diszjunktív kanonikus alaknak is nevezünk – a mintermek VAGY kapcsolata, vagyis diszjunktíója.

A diszjunktív alaknak létezik egy rövidebb felírási módja is. Az így kapott formulát diszjunktív sorszámos alaknak nevezzük. A diszjunktív sorszámos alakban szerepel a változók száma (felső index), a függvénykapcsolat típusa (Σ : a mintermek közötti VAGY kapcsolatra utal), valamint zárójelben a mintermek sorszáma.

Az $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$ függvény sorszámos alakja tehát: $Y^3 = \Sigma^3(0,1,2,4)$

7.2. Konjunktív, teljes (szabályos) normálalak felírása

sor- szám	2^2 A	2^1 B	2^0 C	$\overline{Y^3}$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	①
3	0	1	1	①
4	1	0	0	0
5	1	0	1	①
6	1	1	0	①
7	1	1	1	0

7.3. táblázat

Figyeljük meg a bal oldali igazságtáblázatot, melyben a változók között VAGY kapcsolat van! Olvassuk az egyes termeket, melyek között ÉS kapcsolat van (konjunkció)!

Látható, hogy négy term felel meg a kritériumnak: 3, 5, 6, 7

- $2 \Rightarrow 0, 1, 0 \Rightarrow \overline{A}, B, \overline{C} \Rightarrow M_1 = \overline{A} + B + \overline{C}$
- $3 \Rightarrow 0, 1, 1 \Rightarrow \overline{A}, B, C \Rightarrow M_1 = \overline{A} + B + C$
- $1 \Rightarrow 1, 0, 1 \Rightarrow A, \overline{B}, C \Rightarrow M_1 = A + \overline{B} + C$
- $6 \Rightarrow 1, 1, 0 \Rightarrow A, B, \overline{C} \Rightarrow M_1 = A + B + \overline{C}$

Az így kapott M_j alakú termeket maxtermeknek hívjuk, ahol j a maxterm sorszáma

A maxtermek a változók VAGY kapcsolatát, vagyis diszjunkcióját jelölik. Minden tagban szerepel valamennyi változó, vagy negált, vagy pedig ponált formában.

A táblázatból kifejtett maxtermek ÉS kapcsolatát képezve megkaphatjuk a függvényt:

$$Y^3 = (\overline{A} + B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + \overline{C})$$

A konjunktív szabályos alak – amelyet konjunktív kanonikus alaknak is nevezünk – a maxtermek ÉS kapcsolata, vagyis konjunkciója.

Természetesen a konjunktív alaknak is létezik egy rövidebb felírási módja is. Az így kapott forma neve: konjunktív sorszamos alak. A konjunktív sorszamos alakban ugyanúgy szerepel a változók száma (felső index), a függvénykapcsolat típusa (Π : a maxtermek közötti ÉS kapcsolatra utal), valamint zárójelben a maxtermek sorszáma.

A $Y^3 = (\overline{A} + B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + \overline{C})$ függvény sorszamos alakja: $F^3 = \Pi^3(2,3,5,6)$

A mintermeket és maxtermeket együttesen termeknek, illetve függvényoperátoroknak is nevezzük.

7.3. Összefüggés a mintermek és maxtermek között

Elevenítsük fel a De Morgan tételeket!

	Negált változók...	Ponált változók...	7.4. táblázat
...OR kapcsolata	$\overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A \cdot B}$	...NAND kapcsolata
...AND kapcsolata	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A} + \overline{B}$	...NOR kapcsolata
...NOR kapcsolata	$\overline{\overline{A} + \overline{B}}$	$A \cdot B$	...AND kapcsolata
...NAND kapcsolata	$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$	$A + B$	...OR kapcsolata

Az $A+B=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}$ és $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ összefüggésnek megfelelően a következő összefüggéseket kapjuk:

$$\begin{array}{ll} M_2=\overline{A+B+C}=\overline{m_5}=\overline{A\cdot\overline{B}\cdot C} & \text{és} \quad \overline{M_2}=\overline{\overline{A+B+C}}=m_5=A\cdot\overline{B}\cdot C \\ M_3=\overline{A+B+C}=\overline{m_4}=\overline{A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}} & \text{és} \quad \overline{M_3}=\overline{\overline{A+B+C}}=m_4=A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} \\ M_5=\overline{A+B+C}=\overline{m_2}=\overline{A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}} & \text{és} \quad \overline{M_5}=\overline{\overline{A+B+C}}=m_2=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} \\ M_6=\overline{A+B+C}=\overline{m_1}=\overline{A\cdot\overline{B}\cdot C} & \text{és} \quad \overline{M_6}=\overline{\overline{A+B+C}}=m_1=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C \end{array}$$

Ezekből az összefüggésekből az következik, hogy a háromváltozós függvény mintermek negáltjainak ($\overline{m_i}$), valamint a maxtermek (M_j) sorszámainak összege minden esetben 7, vagyis egymást 7-re egészítik egymást. Természetes általánosítani is lehet az összefüggést:

$$\overline{m_0}^n = \overline{M_{(2^n-1)-i}}^n, \text{ illetve } \overline{M_0}^n = \overline{m_{(2^n-1)-j}}^n$$

ahol $(2^n-1)-i=j$, $(2^n-1)-j=i$ n a független változók száma, i , és j pedig a termek sorszáma.

2, 3, illetve 4 változós függvények termjeinek kiegészítő (komplement) indexei páronként (i, j) , valamint a hozzájuk tartozó termek.

Kétváltozós				Háromváltozós				Négyváltozós			
m_i^n	i	j	$\overline{M_j}^n$	m_i^n	i	j	$\overline{M_j}^n$	m_i^n	i	j	$\overline{M_j}^n$
$\overline{A}\cdot\overline{B}$	0	3	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$	0	7	$\overline{A+B+C}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$	0	15	$\overline{A+B+C+D}$
$\overline{A}\cdot B$	1	2	$\overline{A+\overline{B}}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$	1	6	$\overline{A+B+\overline{C}}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D$	1	14	$\overline{A+B+C+\overline{D}}$
$A\cdot\overline{B}$	2	1	$\overline{\overline{A}+B}$	$\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$	2	5	$\overline{A+\overline{B}+C}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D}$	2	13	$\overline{A+B+\overline{C}+D}$
$A\cdot B$	3	0	$\overline{\overline{A}+\overline{B}}$	$\overline{A}\cdot B\cdot C$	3	4	$\overline{A+\overline{B}+\overline{C}}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D$	3	12	$\overline{A+B+\overline{C}+\overline{D}}$
				$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$	4	3	$\overline{\overline{A}+B+C}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$	4	11	$\overline{A+\overline{B}+C+D}$
				$A\cdot\overline{B}\cdot C$	5	2	$\overline{\overline{A}+B+\overline{C}}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D$	5	10	$\overline{A+\overline{B}+C+\overline{D}}$
				$A\cdot B\cdot\overline{C}$	6	1	$\overline{\overline{A}+\overline{B}+C}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D}$	6	9	$\overline{A+\overline{B}+\overline{C}+D}$
				$A\cdot B\cdot C$	7	0	$\overline{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D$	7	8	$\overline{\overline{A}+B+C+D}$
								$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$	8	7	$\overline{\overline{A}+B+C+\overline{D}}$
								$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D$	9	6	$\overline{\overline{A}+B+C+D}$
								$A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D}$	10	5	$\overline{\overline{A}+B+\overline{C}+D}$
								$A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D$	11	4	$\overline{\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D}}$
								$A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$	12	3	$\overline{\overline{A}+\overline{B}+C+D}$
								$A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D$	13	2	$\overline{\overline{A}+\overline{B}+C+\overline{D}}$
								$A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D}$	14	1	$\overline{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D}$
								$A\cdot B\cdot C\cdot D$	15	0	$\overline{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}}$

7.5. táblázat

A mintermek és a negált maxtermek negálása után a 3.30. táblázat szerinti adatokat kapjuk, ehhez

Kétváltozós				Háromváltozós				Négyváltozós			
$\overline{m_i^n}$	i	j	M_j^n	$\overline{m_i^n}$	i	j	M_j^n	$\overline{m_i^n}$	i	j	M_j^n
$\overline{A \cdot B}$	0	3	$\overline{A+B}$	$\overline{A \cdot B \cdot C}$	0	7	$A+B+C$	$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D}$	0	15	$A+B+C+D$
$\overline{A \cdot \overline{B}}$	1	2	$A+\overline{B}$	$\overline{A \cdot B \cdot \overline{C}}$	1	6	$A+B+\overline{C}$	$\overline{A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D}$	1	14	$A+B+\overline{C}+\overline{D}$
$\overline{A \cdot \overline{B}}$	2	1	$\overline{A+B}$	$\overline{A \cdot B \cdot C}$	2	5	$A+\overline{B}+C$	$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}}$	2	13	$A+B+\overline{C}+D$
$\overline{A \cdot B}$	3	0	$\overline{A+B}$	$\overline{A \cdot B \cdot C}$	3	4	$A+\overline{B}+\overline{C}$	$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D}$	3	12	$A+B+\overline{C}+\overline{D}$
				$\overline{A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}}$	4	3	$\overline{A+B+C}$	$\overline{A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}}$	4	11	$A+\overline{B}+C+D$
				$\overline{A \cdot \overline{B} \cdot C}$	5	2	$\overline{A+B+C}$	$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D}$	5	10	$A+\overline{B}+C+\overline{D}$
				$\overline{A \cdot B \cdot \overline{C}}$	6	1	$\overline{A+B+C}$	$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}}$	6	9	$A+\overline{B}+\overline{C}+D$
				$\overline{A \cdot B \cdot C}$	7	0	$\overline{A+B+C}$	$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D}$	7	8	$\overline{A+B+C+D}$
								$\overline{A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}}$	8	7	$\overline{A+B+C+D}$
								$\overline{A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D}$	9	6	$\overline{A+B+C+\overline{D}}$
								$\overline{A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}}$	10	5	$\overline{A+B+\overline{C}+D}$
								$\overline{A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D}$	11	4	$\overline{A+B+\overline{C}+\overline{D}}$
								$\overline{A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}}$	12	3	$\overline{A+\overline{B}+C+D}$
								$\overline{A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D}$	13	2	$\overline{A+\overline{B}+C+\overline{D}}$
								$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}}$	14	1	$\overline{A+\overline{B}+\overline{C}+D}$
								$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D}$	15	0	$\overline{A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}}$

7.6. táblázat

Bármelyik komplement párt adjuk össze, akkor a legmagasabb index számát kapjuk eredményül. A termék további jellemzője hogy:

$$m_i \cdot m_j = 0 \quad \text{és} \quad M_i + M_j = 1, \quad \text{ha } i \neq j$$

Vagyis a különböző indexű mintermek ÉS kapcsolatának eredménye 0, a különböző indexű maxtermek VAGY kapcsolatának eredménye pedig 1.

A diszjunktív – konjunktív függvényátalakítás hasonlóan történik a minterm – maxterm átalakításhoz. A két függvényalak logikai kapcsolatai egymásnak negáltjai, így az átírást kétszeres negálással oldhatjuk meg, ahogy az a következő példán keresztül végigkövethető.

Feladat: írja át az alábbi sorszámos diszjunktív formában megadott függvényt a konjunktív formájába!

$$Y^3 = \Sigma^3(2,4,7)$$

Megoldás:

- Képezzük a függvény negáltját (1. negálás)! Ennek módja, hogy megkeressük azokat a termeket, amelyeknél a függvényérték 0 értékű, hiszen a negált függvény ekkor 1 értékű.

$$\circ \quad \overline{Y^3} = \Sigma^3(0,1,3,5,6) = m_0 \cdot m_1 \cdot m_3 \cdot m_5 \cdot m_6$$

- Az eredményül kapott mintermeket írjuk át maxtermekké az $\overline{m}_0^n = \overline{M}_{(2^n-1)-i}^n$, az $\overline{M}_0^n = \overline{m}_{(2^n-1)-j}^n$ és a $j = (2^n - 1) - i$ összefüggések felhasználásával! Az új maxterm-index lényegében a komplementer (ez a komplementálás folyamata), vagyis a 7-re kiegészítő szám lesz:

$$\circ \quad m_0 = \overline{M}_{(8-1)-0}^n = \overline{M}_7^3 \quad \Rightarrow \quad 0+7=7$$

$$\circ \quad m_1 = \overline{M}_{(8-1)-1}^n = \overline{M}_6^3 \quad \Rightarrow \quad 1+6=7$$

$$\circ \quad m_3 = \overline{M}_{(8-1)-3}^n = \overline{M}_4^3 \quad \Rightarrow \quad 3+4=7$$

$$\circ \quad m_5 = \overline{M}_{(8-1)-5}^n = \overline{M}_2^3 \quad \Rightarrow \quad 5+2=7$$

$$\circ \quad m_6 = \overline{M}_{(8-1)-6}^n = \overline{M}_1^3 \quad \Rightarrow \quad 6+1=7$$

- Ekkor a negáltfüggvény: sorrendben írt maxtermekkel:

$$\circ \quad \overline{Y^3} = \Sigma^3(1,2,4,6,7) = \Sigma^3(\overline{M}_1^3, \overline{M}_2^3, \overline{M}_4^3, \overline{M}_6^3, \overline{M}_7^3)$$

- De Morgan $\overline{A \cdot B} = A + B$ tételét felhasználva ismét negáljunk (2. negálás)

$$\circ \quad \overline{\overline{Y^3}} = \overline{\Sigma^3(\overline{M}_1^3, \overline{M}_2^3, \overline{M}_4^3, \overline{M}_6^3, \overline{M}_7^3)} = \Pi^3(1,2,4,6,7)$$

- Mindezek tükrében kijelenthető, hogy az eredeti diszjunktív normálalakú függvény ugyanaz, mint a konjunktív normálalakban kapott függvény:

$$\circ \quad \text{sorszámos alakban: } Y^3 = \Sigma^3(2,4,7) = \Pi^3(1,2,4,6,7)$$

- algebrai alakban:

$$Y^3 = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C = (\overline{A} + \overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + B + \overline{C}) \cdot (A + B + C)$$

Az utóbbi – algebrai – felírásból látható, hogy a példánkban a konjunktív normálalak bonyolultabb, ennek az oka, hogy több maxterm van, hiszen a függvényérték 5 helyen volt 0 értékű, míg 3 helyen 1 értékű, melyek adták a mintermeket.

Amennyiben egy függvény kevesebb helyen 1 értékű, mint 0, akkor a diszjunktív normálalak, ha pedig a 0 értékű hely kevesebb, mint 1, akkor pedig a konjunktív normálalak felírása a kedvezőbb.

Feladat: írja át az alábbi sorszámos konjunktív formában megadott függvényt a diszjunktív formájába!

$$Y^3 = \Pi^3(0,2,4,5,7)$$

Megoldás:

- Képezzük a függvény negáltját (1. negálás)! Ennek módja, hogy megkeressük azokat a termeket, amelyeknél a függvényérték 0 értékű, hiszen a negált függvény ekkor 1 értékű.
 - $\overline{Y^3} = \Pi^3(1,3,6) = M_1 \cdot M_3 \cdot M_6$
- Az eredményül kapott maxtermeket írjuk át mintermekké az $\overline{M}_0^n = \overline{m}_{(2^n-1)-i}^n$, az $\overline{m}_0^n = \overline{m}_{(2^n-1)-i}^n$ és a $i = (2^n-1) - j$ összefüggések felhasználásával! Az új minterm-index lényegében a komplementer (ez a komplementálás folyamata), vagyis a 7-re kiegészítő szám lesz:
 - $M_1 = \overline{m}_{(8-1)-1}^3 = \overline{m}_6^3 \Rightarrow 1+6=7$
 - $M_3 = \overline{m}_{(8-1)-3}^3 = \overline{m}_4^3 \Rightarrow 3+4=7$
 - $M_6 = \overline{m}_{(8-1)-6}^3 = \overline{m}_1^3 \Rightarrow 6+1=7$
- Ekkor a negáltfüggvény: sorrendben írt mintermekkel:
 - $\overline{Y^3} = \Pi^3(1,4,6) = \Sigma^3(\overline{m}_1^3, \overline{m}_4^3, \overline{m}_6^3)$
- De Morgan $\overline{A \cdot B} = A + B$ tételét felhasználva ismét negáljunk (2. negálás)
 - $\overline{\overline{Y^3}} = \overline{\Pi^3(\overline{m}_1^3, \overline{m}_4^3, \overline{m}_6^3)} = \Sigma^3(1,4,6)$
- Mindezek tükrében kijelenthető, hogy az eredeti konjunktív normálalakú függvény ugyanaz, mint a diszjunktív normálalakban kapott függvény:
 - sorszámos alakban: $Y^3 = \Pi^3(0,2,4,5,7) = \Sigma^3(1,4,6)$
 - algebrai alakban:

$$Y^3 = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + C) = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$$

További példaként végezzünk el egy oda-vissza alakítást (konjunktív – diszjunktív)!

A függvény: $Y^4 = \Pi^4(0,1,3,4,5,7,8,15)$

1. negálás, ahol a hiányzó termek lesznek „igazak”: $\overline{Y^4} = \Pi^4(2,6,9,10,11,12,13,14)$

2. negálás (kiegészítés 15-re): $\overline{\overline{Y^4}} = Y^4 = \Sigma^4(1,2,3,4,5,6,9,13)$

Vagyis: $Y^4 = \Pi^4(0,1,3,4,5,7,8,15) = \Sigma^4(1,2,3,4,5,6,9,13)$

Ennek ellenőrzése a visszaalakítás.

A függvény: $Y^4 = \Sigma^3(1,2,3,4,5,6,9,13)$

1. negálás, ahol a hiányzó termek lesznek „igazak”: $\overline{Y^4} = \Sigma^3(0,7,8,10,11,12,14,15)$

2. negálás (kiegészítés 15-re): $\overline{\overline{Y^4}} = Y^4 = \Pi^3(0,1,3,4,5,7,8,15)$

Vagyis: $Y^4 = \Sigma^3(1,2,3,4,5,6,9,13) = \Pi^4(0,1,3,4,5,7,8,15)$