

D.1. Készítse el az alábbi logikai függvények igazságtáblázatát!

(1) $Y^2 = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$

(2) $Y_1^2 = \overline{A \cdot B} \cdot (A + B)$

(3) $Y^3 = A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C}$

(4) $Y^3 = A \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C$

(5) $Y^3 = A \cdot C + \bar{B} \cdot C$

(6) $Y^3 = \overline{A \cdot B \cdot C} + \overline{A + B + C}$

(7) $Y^3 = \overline{A \cdot B \cdot C} \cdot \overline{A + B + C}$

(8) $Y^4 = \overline{A \cdot B \cdot D} \cdot (A \cdot \bar{C} + B \cdot C)$

(9) $Y^4 = A \cdot \bar{B} \cdot C + B \cdot \bar{C} \cdot D$

(10) $Y^4 = (A + \bar{B}) \cdot \bar{C} \cdot D$

Kidolgozott feladat:

(9) $Y^4 = A \cdot \bar{B} \cdot C + B \cdot \bar{C} \cdot D$

A	B	C	D	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot C$	$B \cdot \bar{C} \cdot D$	Y^4
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1

D.2. Intuitív úton egyszerűsítse az alábbi függvényeket! (diszjunktív minimál alak meghatározása)

- (1) $Y^2 = \overline{A \cdot B} + \overline{A} \cdot \overline{B}$
- (2) $Y^2 = \overline{A+B} + \overline{A} \cdot \overline{B}$
- (3) $Y^2 = \overline{A+B} + \overline{A} \cdot \overline{B}$
- (4) $Y^2 = A \cdot B + A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$
- (5) $Y^3 = \overline{(A \cdot B \cdot C)} + \overline{A} \cdot \overline{B}$
- (6) $Y^3 = A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{C}$
- (7) $Y^3 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$
- (8) $Y^3 = A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
- (9) $Y^3 = \overline{A} \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$
- (10) $Y^3 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C$
- (11) $Y^3 = \overline{A \cdot B \cdot C} \cdot \overline{A+B+C}$
- (12) $Y^3 = \overline{B} \cdot (A+B) \cdot (\overline{A}+C) \cdot (\overline{A}+\overline{C})$
- (13) $Y^4 = \overline{C \cdot D \cdot (A+B)} + \overline{B} \cdot \overline{C}$
- (14) $Y^4 = \overline{(C+D \cdot A+B)} \cdot \overline{B}$
- (15) $Y^4 = \overline{A+D+C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{D} + \overline{B} + (A+B+C) \cdot (A+B+D)} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D$
- (16) $Y^4 = \overline{(A \cdot \overline{C} + B \cdot \overline{D})} \cdot (\overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot D)$

Kidolgozott feladatok:

(3) $Y^2 = \overline{A+B} + \overline{A} \cdot \overline{B}$

Megoldás:

- Alkalmazzuk az $\overline{A \cdot B} = \overline{A+B}$ De Morgan azonosságot! Így: $Y^2 = \overline{A+B} + \overline{A} \cdot \overline{B}$
- A kommutativitás szabálya szerint: $Y^2 = \overline{A} + \overline{A+B} + \overline{B}$
- $\overline{A} + \overline{A} = \overline{A}$ és $\overline{B} + \overline{B} = \overline{B}$ tautológia alapján a függvény tehát: $Y^2 = \overline{A+B}$

(6) $Y^3 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$

Megoldás:

- A disztributív szabályt alkalmazzuk! Ekkor: $Y^3 = \overline{A} \cdot (\overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot C) + A \cdot (\overline{B} \cdot C + B \cdot C)$
- Továbbra is a disztributív szabályt alkalmazva: $Y^3 = \overline{A} \cdot [\overline{B}(\overline{C}+C)] + A \cdot [C(\overline{B}+B)]$
- Mivel $\overline{C}+C=1$ és $\overline{B}+B=1$, ezért: $Y^3 = \overline{A} \cdot [\overline{B} \cdot (1)] + A \cdot [C \cdot (1)]$
- $\overline{B} \cdot 1 = \overline{B}$ és $C \cdot 1 = C$, így a függvény: $Y^3 = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot C$

D.3. Hozza diszjunktív kanonikus alakra a következő függvényeket! Adja meg a sorszámos alakjukat is!

- (1) $Y^3 = A + B + C$
- (2) $Y^3 = A \cdot B + C$
- (3) $Y^3 = A \cdot B + \bar{A} \cdot C$
- (4) $Y^3 = A \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot \bar{C}$
- (5) $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A + C$
- (6) $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot C$
- (7) $Y^3 = A \oplus B \oplus C$
- (8) $Y^3 = \overline{A \cdot B \cdot C} \cdot \overline{A + B + C}$
- (9) $Y^4 = \bar{A} \cdot C + B \cdot D + C \cdot D$
- (10) $Y^4 = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot D + \bar{A} \cdot D$
- (11) $Y^4 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{D}$
- (12) $Y^4 = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot D$
- (13) $Y^3 = (\bar{A} + B) \cdot (A + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{C})$
- (14) $Y^4 = A \cdot B + A \cdot C + A \cdot D$
- (15) $Y^4 = \overline{(A \cdot \bar{C} + B \cdot \bar{D})} \cdot \overline{(\bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot D)}$
- (16) $Y^4 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + C + A \cdot B + \bar{D}$

Kidolgozott feladatok:

(6) $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot C$

Megoldás:

- A disztributív szabályt alkalmazzuk! ($B + \bar{B} = 1$): $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot C \cdot (B + \bar{B})$
- Bontsuk fel a zárójelet! A függvény tehát: $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot C \cdot B + A \cdot C \cdot \bar{B}$
- Írjuk fel sorban a változókat! $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C$
- A sorszámos alak (növekvő sorrendben): $Y^3 = \Sigma(0, 5, 7)$

(7) $Y^4 = A \oplus B \oplus C$

Megoldás:

- Az asszociatív szabály szerint: $Y^3 = A \oplus B \oplus C = (A \oplus B) \oplus C$
- Mivel $A \otimes B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$, ezért: $Y^3 = (\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}) \oplus C = \overline{\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}} \cdot C + (\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}) \cdot \bar{C}$
- De Morgan azonossággal: $\overline{\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}} = \overline{\bar{A} \cdot B} \cdot \overline{A \cdot \bar{B}} = (\bar{\bar{A}} + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + \bar{\bar{B}}) = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot \bar{A} + A \cdot B + \bar{B} \cdot \bar{A} + \bar{B} \cdot B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$
- ($A \cdot \bar{A} = 0$ és $\bar{B} \cdot B = 0$, ezért) $Y^3 = (\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}) \cdot C + (\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}) \cdot \bar{C} =$
- Ekkor visszahelyettesítve: $Y^3 = A \oplus B \oplus C = A \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
- A függvény tehát: $Y^3 = \Sigma(1, 2, 4, 7)$
- A sorszámos alak (növekvő sorrendben):

D.4. Hozza konjunktív kanonikus alakra a következő függvényeket! Adja meg a sorszámos alakjukat is!

- (1) $Y^3 = (A + \bar{C}) \cdot B + (\bar{A} + C)$
- (2) $Y^3 = \bar{A} \cdot (\bar{B} + C)$
- (3) $Y^3 = (\bar{A} + B) \cdot (\bar{A} + C)$
- (4) $Y^3 = (A + B) \cdot (A + \bar{C})$
- (5) $Y^3 = (A + \bar{B}) \cdot (A + C) \cdot (\bar{A} + \bar{C})$
- (6) $Y^3 = (A + \bar{B}) \cdot (A + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + \bar{C})$
- (7) $Y^3 = A \cdot (B + C) \cdot (\bar{B} + \bar{C})$
- (8) $Y^4 = A \cdot (\bar{A} + \bar{C}) \cdot (A + D)$
- (9) $Y^4 = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + B + D) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C})$
- (10) $Y^4 = A \cdot (\bar{B} + C + D)$
- (11) $Y^4 = (\bar{A} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{D})$
- (12) $Y^4 = (A + \bar{D}) \cdot (B + C) \cdot (C + D)$
- (13) $Y^4 = (A + B + C) \cdot (\bar{A} + B + D)$
- (14) $Y^4 = (\bar{A} + B) \cdot (A + \bar{C} + D) \cdot (A + C + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + B + C + D)$

Kidolgozott feladatok:

(4) $Y^3 = (A + B) \cdot (A + \bar{C})$

Megoldás:

- $A + B = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C})$
- $A + \bar{C} = (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C)$
- Ekkor: $Y^3 = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C)$
- Tautológia okán: $(A + B + \bar{C}) \cdot (A + B + \bar{C}) = (A + B + \bar{C})$
- Így konjunktív kanonikus alak: $Y^3 = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C)$
- A sorszámos alak: $Y^3 = \Pi(5, 6, 7)$

(4) $Y^3 = (\bar{A} + B) \cdot (\bar{A} + C)$

Megoldás:

- $\bar{A} + B = (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C})$
- $\bar{A} + C = (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C)$
- Ekkor: $Y^3 = (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C)$
- Tautológia okán: $(\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + B + C) = (\bar{A} + B + C)$
- Így konjunktív kanonikus alak: $Y^3 = (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C)$
- A sorszámos alak: $Y^3 = \Pi(1, 2, 3)$

D.5. Írja fel az alábbi igazságtáblázatokból a diszjunktív és a konjunktív kanonikus alakú függvényeket! Adja meg a függvényeket sorszámos alakban is!

ssz.	A	B	C	D	Y_1^4	Y_2^4	Y_3^4	Y_4^4	Y_5^4	Y_6^4	Y_7^4	Y_8^4	Y_9^4	Y_{10}^4	Y_{11}^4	Y_{12}^4
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
4	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1
5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
8	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
11	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
12	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
13	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
15	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1

Kidolgozott feladatok:

Y_1^4 megoldása (diszjunktív kanonikus):

Diszjunktív kanonikus alak (megnézzük, hogy melyik minterm esetén 1 a függvényérték):

$$Y_1^4 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot C \cdot D$$

Diszjunktív sorszámos alak: $Y_1^4 = \Sigma^4(0,1,2,4,7,8,10,11,12,15)$

Y_1^4 megoldása (konjunktív kanonikus):

- Megvizsgáljuk, hogy az Y_1^4 függvény értéke mely mintermek esetében 0;
 - pl.: a 3. sorszámu minterm: 0011 => $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D$;
 - a termék változóinak értékét negáljuk: 0011 => 1100;
 - ezután felírjuk a termék változóinak diszjunkcióját: 1100 => $A + B + \bar{C} + \bar{D}$;
 - elvégezzük mindezt a többi minterm esetében is, majd a kapott maxtermek konjunkcióját képezzük.

$$Y_1^4 = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + B + C + \bar{D}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (A + \bar{B} + C + \bar{D}) \cdot (A + B + \bar{C} + \bar{D})$$

Konjunktív sorszámos alak: $Y_1^4 = \Pi^4(1,2,6,9,10,12)$

Y_8^4 megoldása (diszjunktív kanonikus):

Diszjunktív kanonikus alak (megnézzük, hogy melyik minterm esetén 1 a függvényérték):

$$Y_8^4 = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot B \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot C \cdot D$$

Diszjunktív sorszámos alak: $Y_8^4 = \Sigma^4(4,5,6,7,12,13,14,15)$

Y_8^4 megoldása (konjunktív kanonikus):

$$Y_8^4 = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + D) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + D) \cdot (A + \overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + C + D)$$

Konjunktív sorszámos alak: $Y_8^4 = \Pi^4(0,1,2,3,8,9,10,11)$

Y_{11}^4 megoldása (diszjunktív kanonikus):

Diszjunktív kanonikus alak (megnézzük, hogy melyik minterm esetén 1 a függvényérték):

$$Y_{11}^4 = A \cdot B \cdot C \cdot D$$

Diszjunktív sorszámos alak: $Y_{11}^4 = \Sigma^4(15)$

Y_{11}^4 megoldása (konjunktív kanonikus):

$$Y_{11}^4 = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + D) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + B + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + C + D) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + D) \cdot (A + \overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + C + D) \cdot (A + B + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (A + B + \overline{C} + D) \cdot (A + B + C + \overline{D}) \cdot (A + B + C + D)$$

Konjunktív sorszámos alak: $Y_{11}^4 = \Pi^4(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$

Y_{12}^4 megoldása (diszjunktív kanonikus):

Diszjunktív kanonikus alak (megnézzük, hogy melyik minterm esetén 1 a függvényérték):

$$Y_{12}^4 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot B \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot C \cdot D$$

Diszjunktív sorszámos alak: $Y_{12}^4 = \Sigma^4(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$

Y_{12}^4 megoldása (konjunktív kanonikus):

$$Y_{12}^4 = (A + B + C + D)$$

Konjunktív sorszámos alak: $Y_{12}^4 = \Pi^4(15)$

D.6. Készítse el az alábbi logikai függvények igazságtáblázatát!**Az igazságtáblázatból adja meg a logikai függvények diszjunktív kanonikus alakját!****Adja meg a függvények sorszámos alakját!**

(1) $Y^2 = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$

(2) $Y^2 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot (A + B)$

(3) $Y^3 = A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C}$

(4) $Y^3 = A \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C$

(5) $Y^3 = A \cdot C + \bar{B} \cdot C$

(6) $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} + B + \bar{C}$

(7) $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{A} + B + \bar{C}$

(8) $Y^4 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{D} \cdot (A \cdot \bar{C} + B \cdot C)$

(9) $Y^4 = A \cdot \bar{B} \cdot C + B \cdot \bar{C} \cdot D$

(10) $Y^4 = (A + \bar{B}) \cdot \bar{C} \cdot D$

Kidolgozott feladatok:

(7) $Y^3 = A \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C$

A	B	C	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{C}$	$\bar{B} \cdot C$	Y^3
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0

$$Y^3 = A \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} = \Sigma^3(1, 4, 5, 6)$$

(7) $Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{A} + B + \bar{C}$

A	B	C	$A \cdot B \cdot C$	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$A + B + C$	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	Y^3
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0

$$Y^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{A} + B + \bar{C} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = \Sigma^3(0)$$

D.7. Alakítsa át az alábbi diszjunktív, szabályos alakú függvényeket konjunktívba!

- (1) $Y^3 = \Sigma^3(3,4,5,6,7)$
- (2) $Y^3 = \Sigma^3(0,1,3)$
- (3) $Y^3 = \Sigma^3(1,3,5,6)$
- (4) $Y^4 = \Sigma^4(2,3,5,6,7,11,13,15)$
- (5) $Y^4 = \Sigma^4(0,4,6,8,12,14)$
- (6) $Y^4 = \Sigma^4(1,4,5,6,7,8,9,10,11,14)$
- (7) $Y^4 = \Sigma^4(1,3,4,5,6,7,9,11,12,13,14,15)$
- (8) $Y^4 = \Sigma^4(0,1,2,8,9,10,11,12,13,14,15)$
- (9) $Y^4 = \Sigma^4(1,3,4,5,6,7,10,11,12,13,14,15)$

Kidolgozott feladat:

$$(17) \quad Y^3 = \Sigma^3(1,3,5,6) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$

- Képezzük a függvény negáltját (1. negálás)! Ennek módja, hogy megkeressük azokat a termeket, amelyeknél a függvényérték 0 értékű, hiszen a negált függvény ekkor 1 értékű.

$$\circ \quad \overline{Y}^3 = \Sigma^3(0,2,4,7) = m_0 \cdot m_2 \cdot m_4 \cdot m_7$$

- Az eredményül kapott mintermeket írjuk át maxtermekké az $\overline{m}_0^n = (\overline{M}_{2^n-1-i})^n$, az $\overline{M}_0^n = (\overline{m}_{2^n-1-i})^n$ és az $j = 2^n - 1 - i$ összefüggések felhasználásával! Az új maxterm-index lényegében a komplementer, vagyis a 7-re kiegészítő szám lesz:

$$\circ \quad m_0 = \overline{M}_{8-1-0}^n = \overline{M}_7^3 \quad \Rightarrow \quad 0+7=7$$

$$\circ \quad m_2 = \overline{M}_{8-1-2}^n = \overline{M}_5^3 \quad \Rightarrow \quad 2+5=7$$

$$\circ \quad m_4 = \overline{M}_{8-1-4}^n = \overline{M}_3^3 \quad \Rightarrow \quad 4+3=7$$

$$\circ \quad m_7 = \overline{M}_{8-1-7}^n = \overline{M}_0^3 \quad \Rightarrow \quad 7+0=7$$

- Ekkor a negáltfüggvény: sorrendben írt maxtermekkel:

$$\circ \quad \overline{Y}^3 = \Sigma^3(1,2,4,7) = \Sigma^3(\overline{M}_0^3, \overline{M}_3^3, \overline{M}_5^3, \overline{M}_7^3)$$

- De Morgan $\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$ tételét felhasználva ismét negáljunk (2. negálás)

$$\circ \quad \overline{\overline{Y}^3} = \Sigma^3(\overline{M}_0^3, \overline{M}_3^3, \overline{M}_5^3, \overline{M}_7^3) = \Pi^3(0,3,5,7)$$

- Mindezek tükrében kijelenthető, hogy az eredeti diszjunktív normálalakú függvény ugyanaz, mint a konjunktív normálalakban kapott függvény:

$$\circ \quad \text{sorszámok alakban: } Y^3 = \Sigma^3(0,2,4,7) = \Pi^3(0,3,5,7)$$

- algebrai alakban:

$$Y^3 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + C)$$