

G.1. Végezze el V-K táblával az alábbi függvények egyszerűsítését!

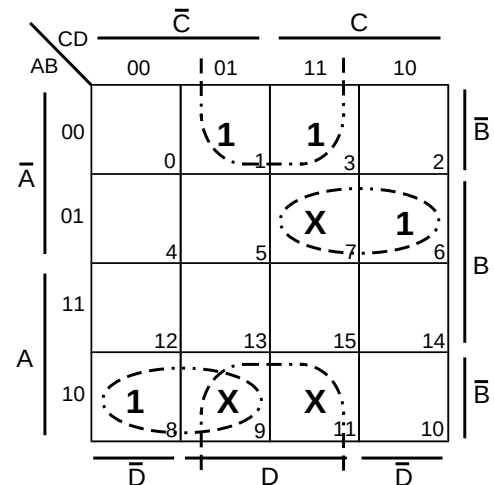
- | | |
|---|---|
| (1) $\Sigma^3(0,5,6)+\Sigma_X^3(3,7)$ | (9) $\Sigma^4(0,2)+\Sigma_X^4(8,10)$ |
| (2) $\Sigma^3(0,1,7)+\Sigma_X^3(3,4,6)$ | (10) $\Sigma^4(1,4,8,13)+\Sigma_X^4(0,5,9,12)$ |
| (3) $\Sigma^3(1,2,4)+\Sigma_X^3(3,5,7)$ | (11) $\Sigma^4(7,8,9,10,12,15)+\Sigma_X^4(1,6,13)$ |
| (4) $\Sigma^3(1,4,6,7)+\Sigma_X^3(0)$ | (12) $\Sigma^4(2,7,11,14)+\Sigma_X^4(3,6,10,15)$ |
| (5) $\Sigma^4(1,3,6,8)+\Sigma_X^4(7,9,11)$ | (13) $\Sigma^4(1,6,10,12,14,15)+\Sigma_X^4(0,9,13)$ |
| (6) $\Sigma^4(0,5,6,8,9,12,13)+\Sigma_X^4(3,7,11,14)$ | (14) $\Sigma^4(0,1,2,3)+\Sigma_X^4(5,9,11,13)$ |
| (7) $\Sigma^4(2,5,6,12,15)+\Sigma_X^4(1,7,8,11,14)$ | (15) $\Sigma^4(3,6,7,9,12,13)+\Sigma_X^4(2,5,8,15)$ |
| (8) $\Sigma^4(0,1,3,5,6,7,8,9)+\Sigma_X^4(2,13)$ | (16) $\Sigma^4(2,3,6)+\Sigma_X^4(4,10,11,12,14)$ |

Kidolgozott feladatok:

(5)

Megoldás:

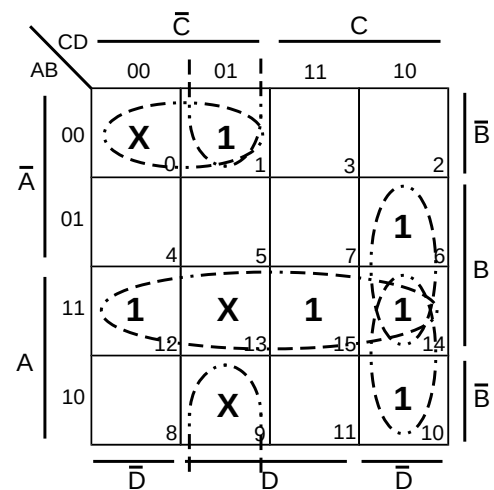
$$\Sigma^3(1,3,6,8)+\Sigma_X^4(7,9,11)=\bar{B}\cdot D+\bar{A}\cdot B\cdot C+A\cdot \bar{B}\cdot \bar{C}$$



(13)

Megoldás:

$$\begin{aligned} &\Sigma^4(1,6,10,12,14,15)+\Sigma_X^4(0,9,13)= \\ &=\bar{A}\cdot \bar{B}\cdot \bar{C}+\bar{B}\cdot \bar{C}\cdot D+B\cdot C\cdot \bar{D}+A\cdot B+A\cdot C\cdot \bar{D} \end{aligned}$$



- G.2. a) Írja fel az alábbi igazságtáblázatokból a függvények sorszámos alakját!
 b) Írja fel a függvények diszjunktív kanonikus alakját!
 c) A sorszámos alakú függvényeket egyszerűsítse V-K táblával!
 d) Realizálja a függvényeket NOT-AND-OR kapukkal (NÉV-hálózat)!
 e) Realizálja a függvényeket NAND kapukkal!
 f) Adja meg a függvények konjunktív kanonikus alakját!
 g) Írja fel a függvények konjunktív sorszámos alakját!
 h) A sorszámos alakú függvényeket egyszerűsítse V-K táblával!
 i) Realizálja a függvényeket NOT-OR-AND kapukkal (NVÉ-hálózat)!
 j) Realizálja a függvényeket NOR kapukkal!

ssz.	A	B	C	D	Y_1^4	Y_2^4	Y_3^4	Y_4^4	Y_5^4	Y_6^4	Y_7^4	Y_8^4	Y_9^4	Y_{10}^4	Y_{11}^4	Y_{12}^4
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
4	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1
5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
8	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
11	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
12	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
13	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
15	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1

Kidolgozott feladatok:

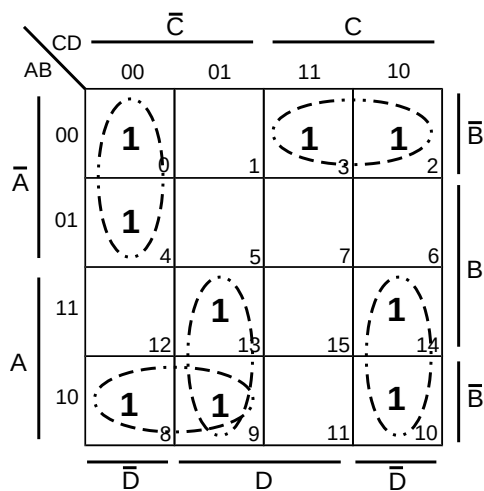
Y_4^4 feladat

Megoldás:

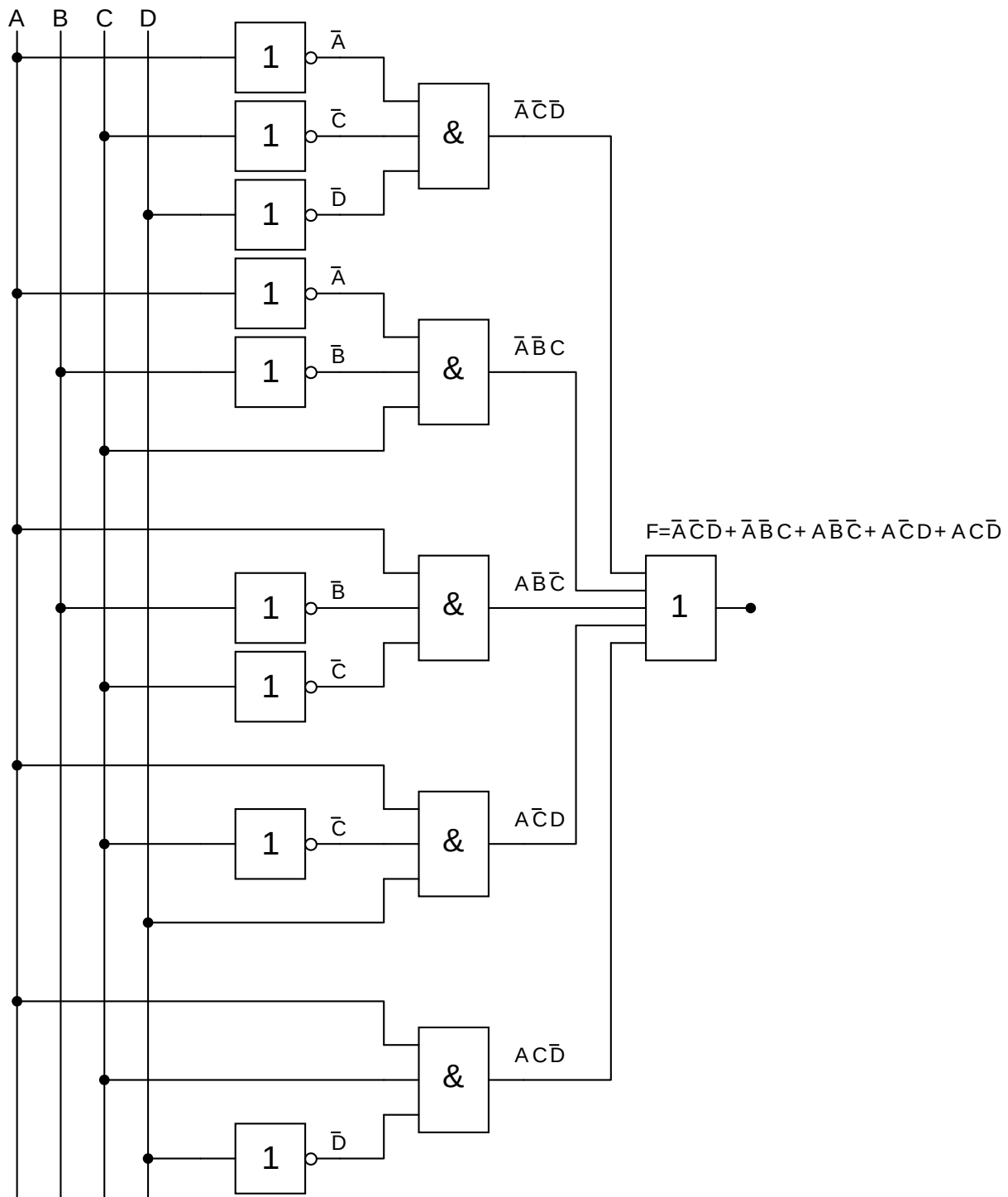
a) $\Sigma^4(0,2,3,4,8,9,10,13,14)$

b) $\Sigma^4(0,2,3,4,8,9,10,13,14) =$
 $= \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} +$
 $+ A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} +$
 $+ \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D$

c) $\Sigma^4(0,2,3,4,8,9,10,13,14) =$
 $= \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot C \cdot \bar{D}$



d) $Y_4 = \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot C \cdot \bar{D}$



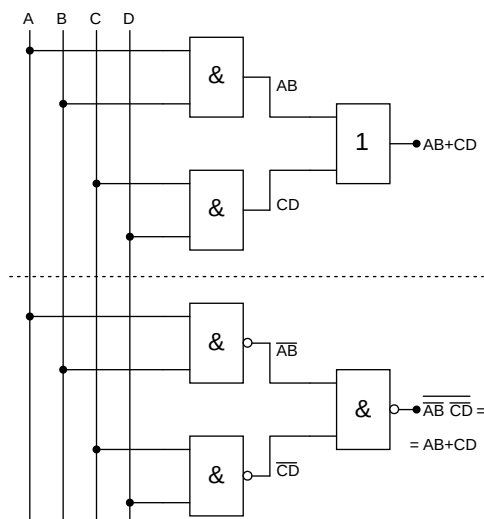
e) Az $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ és $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ De Morgan azonosságokat felhasználva átalakítjuk a függvényt.

$$Y_4^4 = \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot C \cdot \overline{D}$$

- $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ alapján $\Rightarrow Y_4^4 = \overline{A+C+D} \cdot \overline{A+B+C} \cdot \overline{A+B+C} \cdot \overline{A+C+D} \cdot \overline{A+C+D}$
- $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ alapján $\Rightarrow Y_4^4 = \overline{(A+C+D) \cdot (A+B+C) \cdot (\overline{A}+B+C) \cdot (\overline{A}+C+D) \cdot (\overline{A}+\overline{C}+D)}$
- $A+B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$ alapján $\Rightarrow Y_4^4 = \overline{(\overline{A} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}) \cdot (\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C) \cdot (A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}) \cdot (A \cdot \overline{C} \cdot D) \cdot (A \cdot C \cdot \overline{D})}$

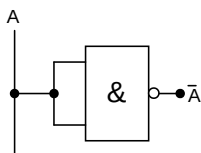
- A kapott alak mintermek konjunkciójának negációja, vagyis NAND kapukkal realizálható a logikai függvény:

- Az AND-OR kapcsolatban a kapuk helyére NAND kapukat teszünk. Ennek magyarázata az alábbi ábrán és igazságtáblázatban látható: $(A \cdot B + C \cdot D = \overline{\overline{A \cdot B} \cdot \overline{C \cdot D}})$



A	B	C	D	AB	CD	$\overline{AB}$	$\overline{CD}$	$AB+CD$ AND-OR	$\overline{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}$ NAND
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	1	1

- A NOT kapcsolatot (negáció) is NAND kapuval realizálhatjuk. A NAND kapu bemeneteit összekötjük és közös jellel vezéreljük:

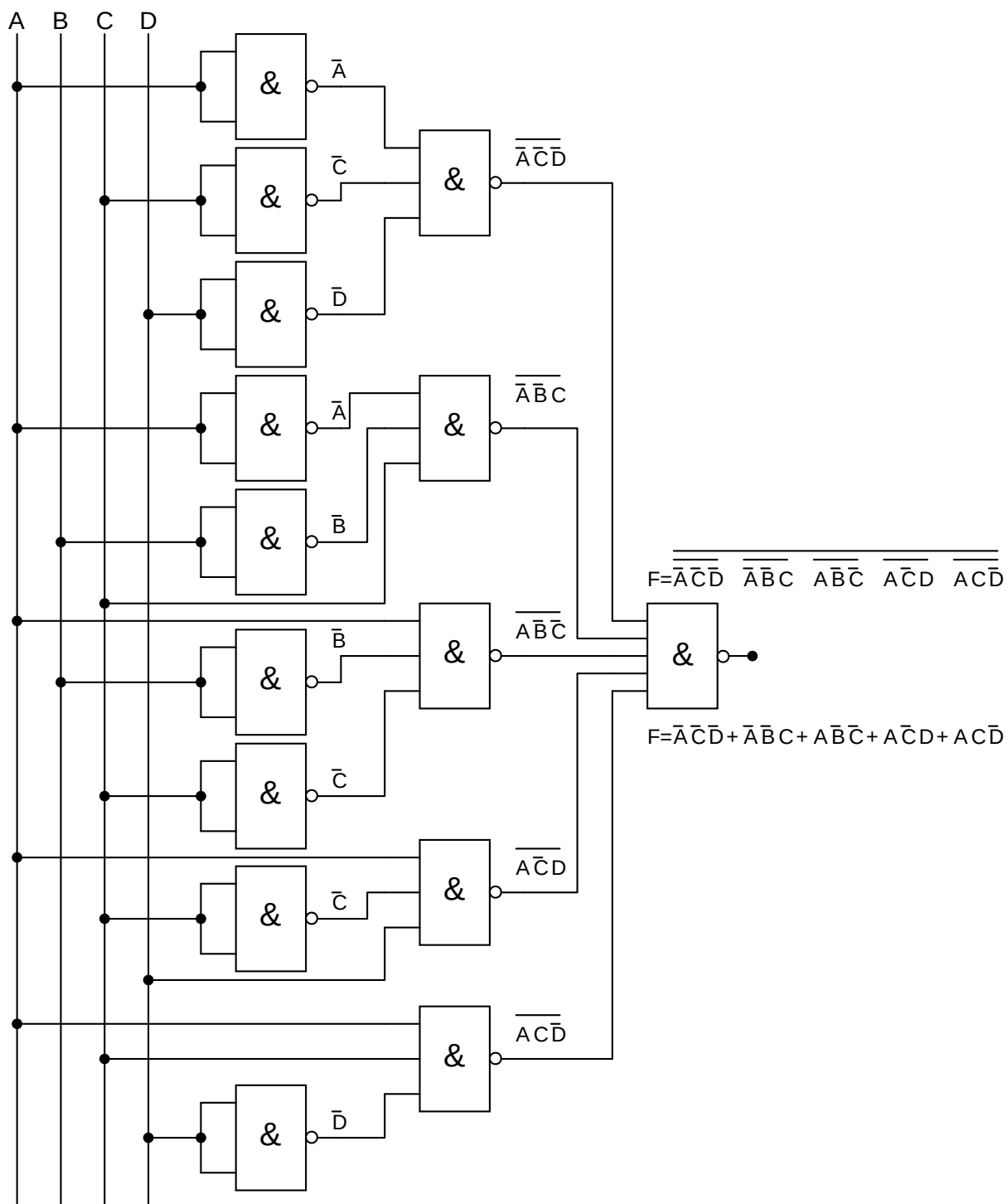


A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tekintettel arra, hogy $B=A$, ezért $Y^2 = \overline{A \cdot B} = \overline{A \cdot A}$. Ekkor $A \cdot A = A$ tautológia miatt a függvény: $Y^2 = \overline{A}$, mely lényegében már csak egy változós függvény:

- $Y^1 = \overline{A}$, vagyis a negáció.

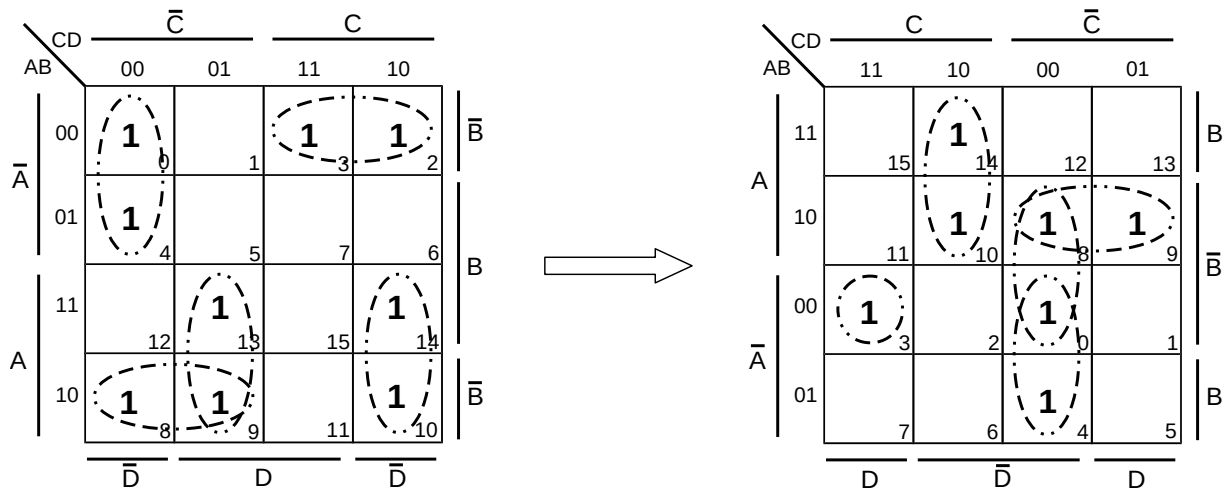
Térjünk vissza a függvényünkhöz! $Y_4 = \overline{(\overline{A} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}) \cdot (\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C) \cdot (A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}) \cdot (A \cdot \overline{C} \cdot D) \cdot (A \cdot C \cdot \overline{D})}$



f)

A konjunktív kanonikus alak felírása:

A termék átírása úgy történik, hogy a maxterm tábla azon celláiba írunk egyeseket, ahol a minterm táblában ugyanazon a helyen nullák álltak (formai szempontból nulla helyek azok, ahol a tábla cellái üresek). Ezután kiolvassuk a maxterm táblából az „érvényes” maxtermeket, vagyis írjuk fel a konjunktív sorszámos alakot!



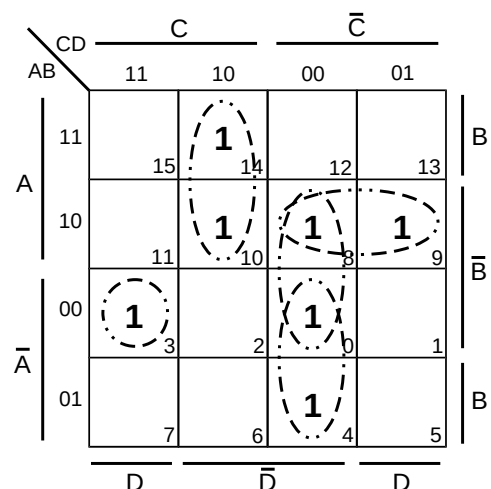
A konjunktív kanonikus alak: $Y_1^4 = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C + D) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (A + \bar{B} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)$

g) Ebből a konjunktív sorszámos alak: $Y_1^4 = \Pi^4(0, 3, 4, 8, 9, 10, 14)$

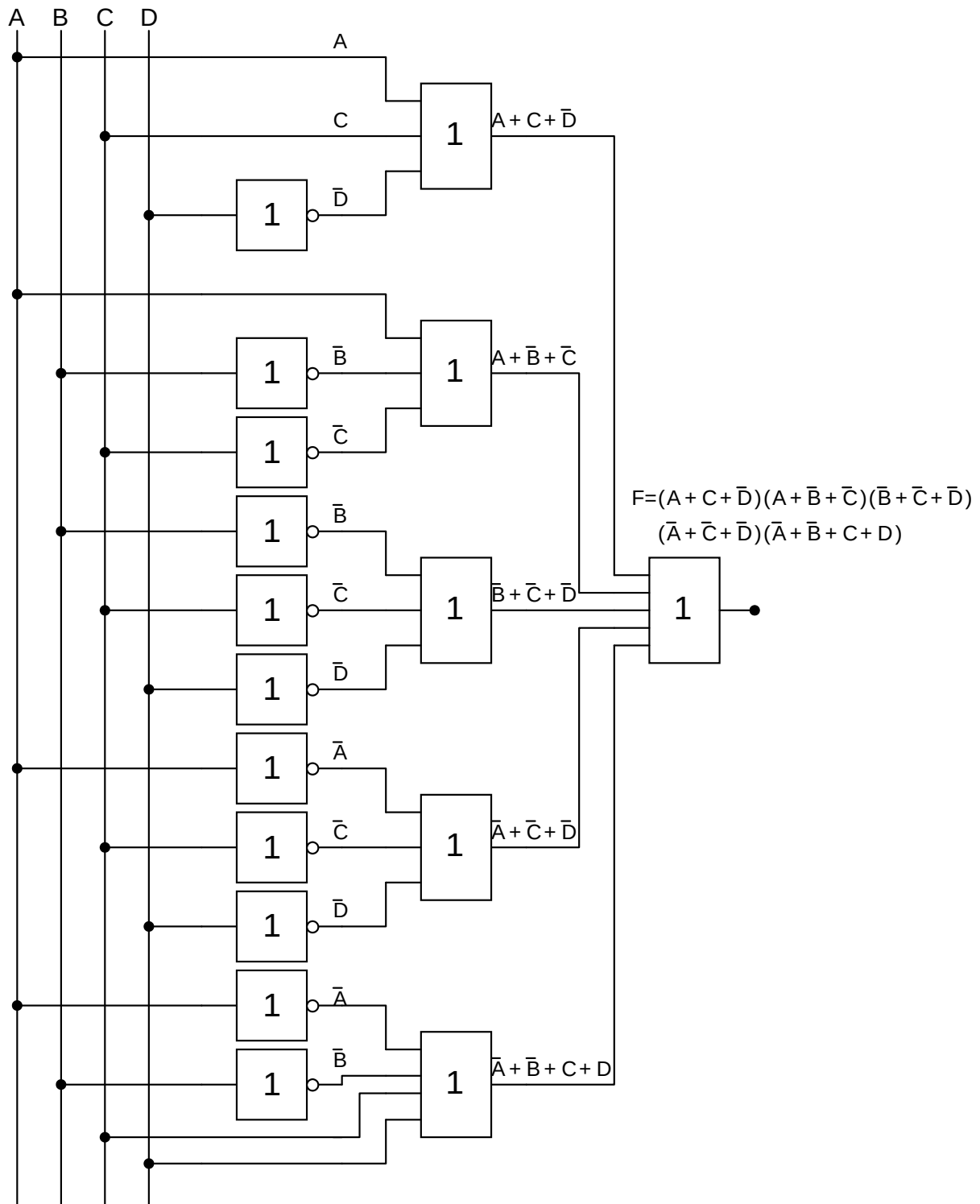
h)

A maxterm táblából kiolvassuk az „érvényes” termeket, a következő függvényt kapjuk (konjunktív minimál alak):

$$Y_1^4 = (A + C + \bar{D}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C + D)$$



i) $Y_1^4 = (A + C + \bar{D}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C + D)$



j) Az $\overline{\overline{A+B}} = A \cdot B$ De Morgan azonosságot felhasználva átalakítjuk a függvényt.

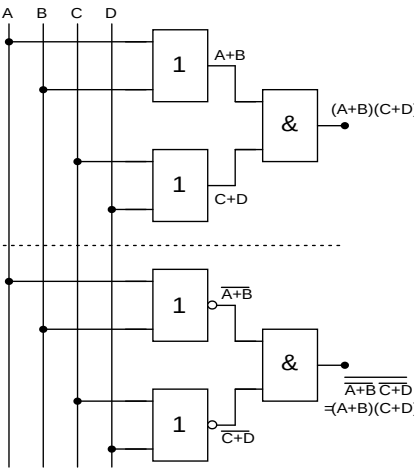
$$Y_1^4 = (A+C+\overline{D}) \cdot (A+\overline{B}+\overline{C}) \cdot (\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}) \cdot (\overline{A}+\overline{C}+\overline{D}) \cdot (\overline{A}+\overline{B}+C+D)$$

$$\bullet Y_1^4 = \overline{A+C+\overline{D} + A+\overline{B}+\overline{C} + \overline{B}+\overline{C}+\overline{D} + \overline{A}+\overline{C}+\overline{D} + \overline{A}+\overline{B}+C+D}$$

- A kapott alak maxtermek diszjunktíójának negációja, vagyis NOR kapukkal realizálható a logikai függvény:

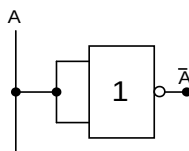
- Az OR-AND kapcsolatban a kapuk helyére NOR kapukat teszünk. Ennek magyarázata az alábbi ábrán és igazságtáblázatban látható:

$$\bullet (A+B)(C+D) = \overline{\overline{A+B} + \overline{C+D}}$$



A	B	C	D	A+B	C+D	$\overline{A+B}$	$\overline{C+D}$	$(A+B)(C+D)$ OR-AND	$\overline{\overline{A+B} + \overline{C+D}}$ NOR
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	1	1

- A NOT kapcsolatot (negáció) is NOR kapuval realizálhatjuk. A NOR kapu bemeneteit összekötjük és közös jellel vezéreljük:

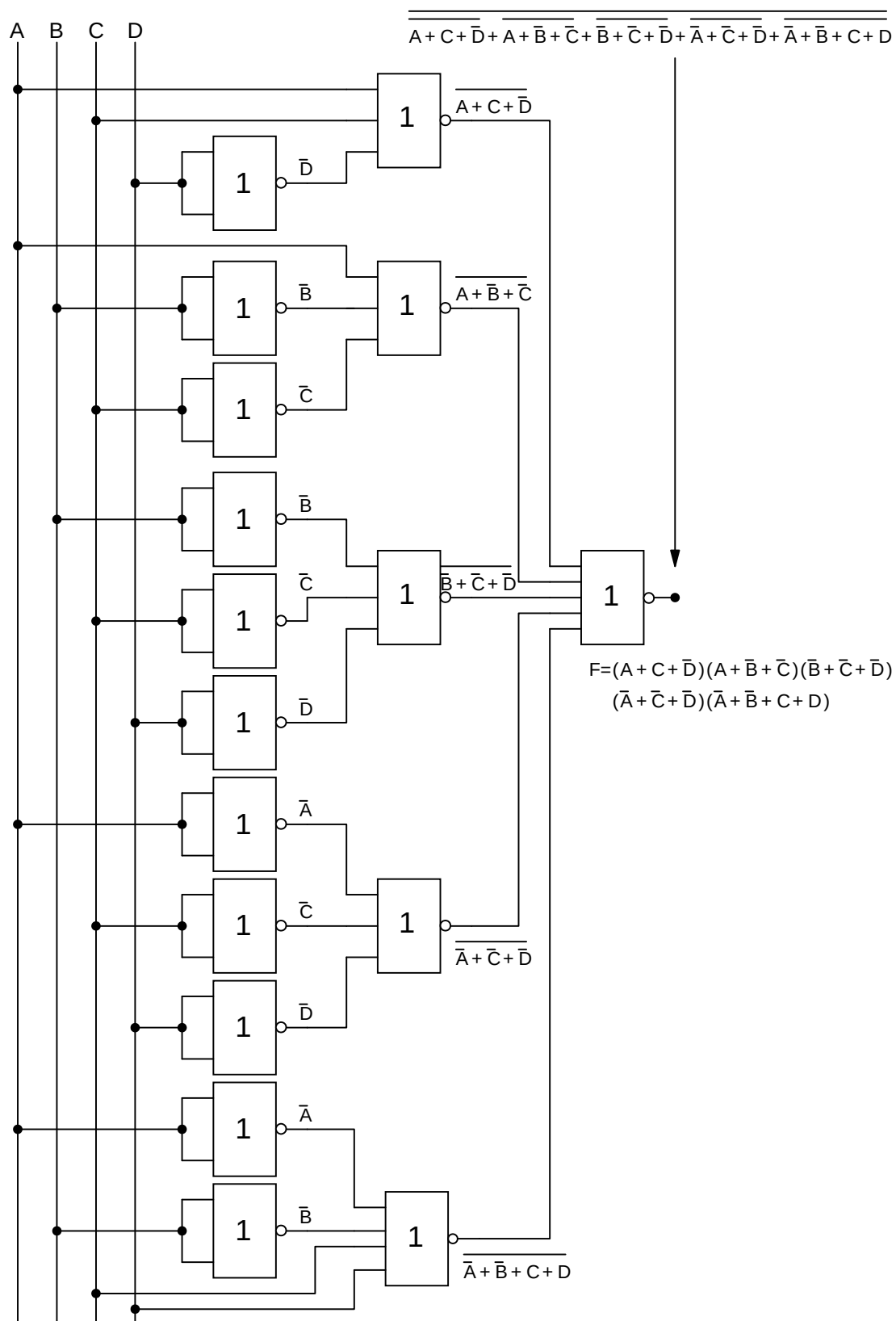


A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tekintettel arra, hogy $B=A$, ezért $Y^2 = \overline{A+B} = \overline{A+A}$. Ekkor $A+A=A$ tautológia miatt a függvény: $Y^2 = \overline{A}$, mely lényegében már csak egy változós függvény:

- $Y^1 = \overline{A}$, vagyis a negáció.

Térjünk vissza a függvényünkhöz! $Y_1^4 = \overline{A+C+\bar{D}+A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}+\bar{A}+\bar{C}+\bar{D}+\bar{A}+\bar{B}+C+D}$



Y_{12}^4 feladat

Megoldás:

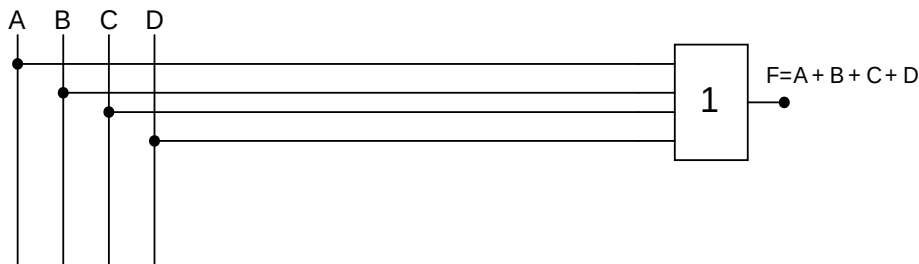
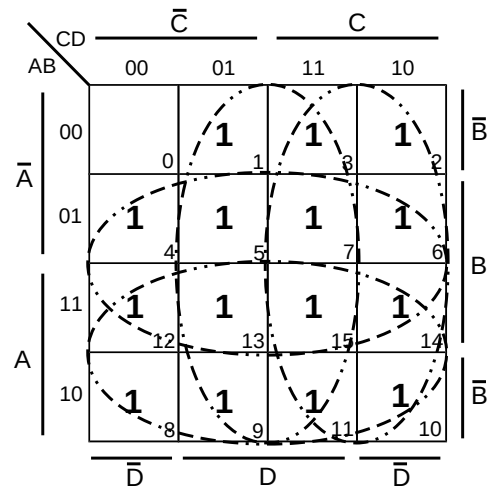
a) $\Sigma^4(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$

b) $\Sigma^4(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15) =$
 $= \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot \bar{D} +$
 $+ \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} +$
 $+ A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} +$
 $+ A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot C \cdot D$

c)

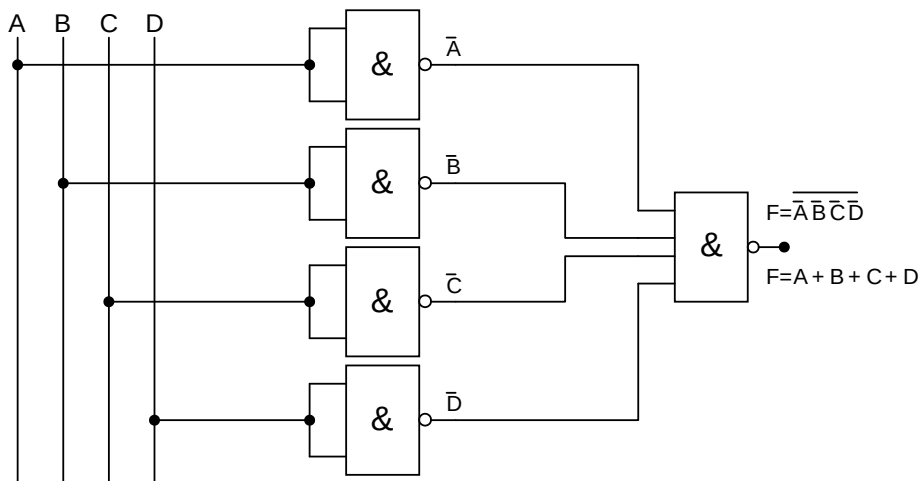
$\Sigma^4(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15) = A + B + C + D$

d) $\Sigma^4 = A + B + C + D$ (nem tartalmaz NOT és AND függvénykapcsolatot)

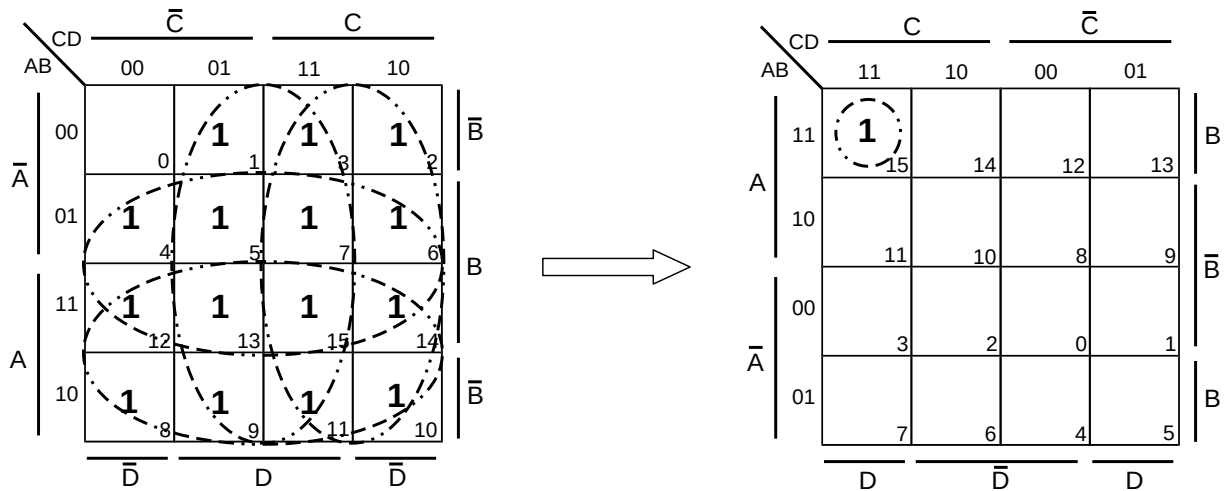


e) Az $A + B = \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}}$ De Morgan azonosságokat felhasználva átalakítjuk a függvényt.

$Y_4^4 = \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot C \cdot \bar{D}$
 • $A + B = \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}}$ alapján $\Rightarrow Y_4^4 = \overline{\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}}$



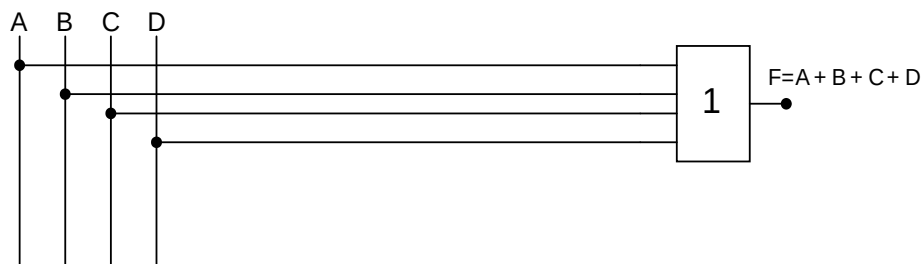
f) $Y_4^4 = \Sigma^4(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$



g) Ebből a konjunktív sorszámos alak: $Y_4^4 = \Pi^4(15)$

h) $Y_4^4 = A+B+C+D$, melynél egyszerűbb alak nincs

i) $\Sigma^4 = A+B+C+D$ (nem tartalmaz NOT és AND függvénykapcsolatot)



j) Az $A+B = \overline{\overline{A+B}}$ azonosságot felhasználva átalakítjuk a függvényt.

$$Y_4^4 = \overline{\overline{A+B+C+D}}$$

• $A+B = \overline{\overline{A+B}}$ alapján $\Rightarrow Y_4^4 = \overline{\overline{A+B+C+D}}$

